آینده‌پژوهی دفاعی، سال ششم، شماره ۲۱، تابستان ۱۴۰۰

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۱ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۵/۲۵

از صفحه ۳۷ تا صفحه ۶۷

شبیه‌سازی یک مذاکره بین دو کشور به کمک نظریه بازی‌ها و حل موضوع تصمیم‌گیری

سعدون محمودی نبی‌کندی*[۱]

اکبر زارع چاوشی[۲]

نوع مقاله: پژوهشی

چکیده

مسئله تصمیم‌گیری در یک مذاکره بین‌المللی همواره یکی از دغدغه‌های دولتمردان، مسئولان و دیپلمات‌ها می‌باشد، زیرا تصمیم نادرست یک دیپلمات موجب شکست در مذاکره می‌شود. نظریه بازی‌ها که توجه متخصصان علوم مختلف از جمله علوم سیاسی را به خود جلب کرده است، در تلاش است که ضمن ارایه بهترین راهبرد در چرخه تصمیم‌گیری و سیاست‌گذاری در مسائل کلان تصمیم‌های اتخاذ شده را عقلانی‌تر و مفیدتر کند. به‌ویژه، مذاکراتی که امروزه در حوزه‌ی روابط بین الملل اتفاق می‌افتد را می‌توان بر اساس نظریه بازی‌ها بررسی کرد و به توافق دست یافت. در این پژوهش روند کلی یک مذاکره بین دو کشور را به کمک نظریه بازی‌ها شبیه‌سازی می‌کنیم. به بیان ساده‌تر، فرایند واقعی یک مذاکره را به کمک مجموعه‌ای از روش‌ها، مدل‌ها و ابزارهای ریاضی مشابه‌سازی می‌کنیم. در این راستا مذاکره را در چهار مرحله آماده شدن برای مذاکره، تبادل پیشنهادات، دستیابی به توافق و پایان مذاکره طبقه‌بندی می‌کنیم. مرحله آماده شدن برای مذاکره را با استفاده از مدل بازی‌های متناهی مدلسازی می‌کنیم و روش‌هایی جبری برای محاسبه عملکرد غالب، نمایه غالب و تعادل نش ارایه می‌دهیم. با توجه به نتایج گام اول، تبادل پیشنهادات را به کمک نمایش درختی بازی‌های پویا مدلسازی می‌کنیم. در مرحله سوم با حل مدل‌های درختی با فرایند برگشت به عقب راهبردهای بهینه بازیکنان را بدست می‌آوریم. در مرحله پایان مذاکره شرایط دستیابی به توافق را بررسی خواهیم کرد. در نهایت فرایندی برای تصمیم‌گیری در یک مذاکره ارایه می‌شود.

واژه‌های کلیدی:

مذاکره، مسئله تصمیم‌گیری، نظریه بازی‌ها، تعادل نش.

---

[۱]. پژوهشگر، مرکز شبیه‌سازی ریاضی، پژوهشکده آماد و فناوری‌های دفاعی و پدافند غیر عامل، دانشگاه و پژوهشگاه عالی دفاع ملی و تحقیقات راهبردی، تهران، ایران

[۲]. عضو هیئت علمی، مرکز شبیه‌سازی ریاضی، پژوهشکده آماد و فناوری‌های دفاعی و پدافند غیر عامل، دانشگاه و پژوهشگاه عالی دفاع ملی و تحقیقات راهبردی، تهران، ایران

* نویسنده مسئول: Email:mahmoudi.math89@yahoo.com

مقدمه

مذاکره بحثی است راهبردی با هدف یافتن راهی برای حل مساله‌ای مشخص به روشی که برای هر دو طرف آن قابل قبول باشـــد. طی یک مذاکره دو طرف ســـعی می کنند تا طرف دیگر را ترغیب کنند که با دیدگاه آنها موافقت کند. زمانی که افراد وارد مذاکره می شوند در اصل تلاش می کنند تا از بحث و درگیری جلوگیری کنند و بتوانند بر ســـر موضـــوع مورد بحث با یکدیگر ســـازش نمایند. لذا حقیقت مذاکره فرایند ســـاده تصـــمیم‌گیری اســـت که به توافق یا عدم توافق ختم می‌شود.

در ا صل می توان گفت که در مذاکرات نوعی داد و ستد وجود دارد. یعنی یکی از طرفین در صدر مذاکرات قرار می گیرد و طرف مقابل در قبال دریافت امتیازاتی با خواسته‌های آن موافقت می کند. طرفین مذاکرات می توانند تغییر کنند. برای مثال ممکن اســـت یک مذاکره میان خریدار و فرو شنده صورت بگیرد اما مذاکره دیگر میان کارفرما و کارمند شکل بگیرد. گاهی نیز مذاکرات در سطح دولتی و میان دو یا چند کشور اتفاق می افتد.

مهم‌ترین نوع مذاکرات، مذاکره بین چند ک شور ا ست که م سئله ت صمیم‌گیری در آن همواره یکی از دغدغه‌های دولتمردان، مســـئولان و دیپلمات‌ها می‌باشـــد، زیرا تصـــمیم نادرســـت یک دیپلمات موجب شکست در مذاکره می‌شود. پرونده هسته‌ای ایران، یادآور یکی از مذاکرات مهم بین‌المللی بین ایران و گروه ۱+۵ به ســـرکردگی آمریکا می‌باشـــد که در نهایت منجر به صـــدور برجام شد. با شکست برجام، مسئله رابطه ایران و آمریکا همواره بر روی میز مذاکره باقی مانده است.

نظریه بازی‌ها که توجه متخ‌صصان علوم مختلف از جمله علوم سیا سی را به خود جلب کرده است، در تلاش است که ضمن ارایه بهترین راهبرد در چرخه تصمیم‌گیری و سیاست‌گذاری در مســـائل کلان تصـــمیم‌های اتخاذ شـــده را عقلانی‌تر و مفیدتر کند. بویژه، مذاکراتی که امروزه در حوزه‌ی روابط بین الملل اتفاق می‌افتد را می‌توان بر اساس نظریه بازی‌ها بررسی کرد و به توافق دست یافت.

ا ساس تصمیم‌گیری در نظریه بازی‌ها د ستیابی به سود مالی بیشتر و تو سعه اقتصادی ا ست که گاهی آرمان‌های یک کشـــور فراتر از آن می‌رود و شـــاید به نظر برســـد که روابط بین‌الملل با نظریه بازی‌ها قابل برر سی نبا شد، اما ا صطلاهاتی مانند همکاری، عدالت، توافق برد برد، مفهوم بازدارندگی و... در نظریه بازی‌ها جای باز کرده اســـت که به خودی خود نشـــان می‌دهد ســـود اقت صادی فقط یکی از پارامترهای نظریه بازی‌ها ست که در این نظریه به آن بی شتر توجه شده

است. لذا بررسی روابط بین‌الملل با دیدگاه نظریه‌بازی‌ها جای تامل است.

در این پژوهش روند کلی یک مذاکره بین دو کشور را به کمک نظریه بازی‌ها شبیه سازی می‌کنیم و فرایندی برای تصمیم‌گیری در آن ارایه می‌دهیم. به عبارت دیگر تمام گام‌های یک مذاکره مانند آماده شدن برای مذاکره، تبادل پیشنهادات و ... را به زبان نظریه بازی‌ها دنبال می‌کنیم و با توجه به خواسته‌های حقوقی و انسانی هر کشور به حل موضوع تصمیم‌گیری می‌پردازیم. در نهایت فرایندی ساده برای تصمیم‌گیری در یک مذاکره ارایه می‌دهیم.

مبانی نظری و پیشینه‌های پژوهش

مفاهیم بنیادی نظریه بازی‌ها

ابتدا مفاهیم بازی متناهی، راهبرد خالص و مخلوط، نمایه غالب و تعادل نش را بر اساس کتاب (Berwanger, 2011) تعریف می‌کنیم.

تعریف: یک بازی متناهی را با سه تایی مرتب $(N, A, (u_i)_{i\in N})$ نشان می‌دهیم که در آن

۱. $N = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه بازیکنان این بازی می‌باشد.

۲. $A = \prod_{i=1}^{n} A_i$ که A_i مجموعه عملکردهای بازیکن i ام است. هر عضو A مانند $a = (a_i)_{i\in N}$ را یک نمایه از عملکردها می‌نامند. برای هر $t \in N$ داریم $A = (\prod_{i=1}^{t-1} A_i) \times A_t \times (\prod_{i=t+1}^{n} A_i)$. در این حالت $(\prod_{i=1}^{t-1} A_i) \times (\prod_{i=t+1}^{n} A_i)$ را با A_{-t} و A را با $A_t \times A_{-t}$ نمایش می‌دهیم. توجه داشته باشید که این نوع نمایش جهت ایجاد تمایز بین مجموعه عملکردهای بازیکن t ام و بقیه بازیکنان می‌باشد. به طور مشابه برای هر $t \in N$، نمایه a را می‌توانیم با $a = (a_t, a_{-t})$ نشان دهیم که در آن $a_{-t} = (a_j)_{j\in N-\{t\}}$ می‌باشد. برای نمونه فرض کنید $N = \{1,2,3\}$ مجموعه بازیکنان و $a = (a_1, a_2, a_3)$ یک نمایه از عملکردها باشد، در این صورت به ازای $t = 2$ داریم $a_{-2} = (a_1, a_3)$ و لذا $a = (a_2, a_{-2})$.

۳. تابع $u_i: A \to \mathbb{R}$ را تابع سودمندی بازیکن i می‌نامند. فرض کنید برای هر $1 \le i \le n$، مجموعه A_i دارای d_i عملکرد a_{i1}، ...، a_{id_i} باشد. در این حالت a_{ij} را عملکرد j ام بازیکن i می‌نامند. حال تابع سودمندی u_i را با ماتریس n بعدی X^i به فرم $d_1 \times \dots \times d_n$ نمایش می‌دهند که در آن درایه $X^i_{j_1 \dots j_n}$ سودمندی بازیکن i را وقتی که بازیکن 1 عملکرد j_1، بازیکن 2 عملکرد j_2 و... را انتخاب می‌کنند، نشان می‌دهد.

بر اساس تابع سودمندی که در بالا معرفی شد معمولا بازی‌ها را به دو نوع حاصلجمع صفر و غیر صفر افراز می‌کنند. در بازی‌های مرسوم به «بازی با حاصلجمع صفر» منافع بازیکن‌ها به طور

کامل با یکدیگر تعارض پیدا می‌کند، به گونه‌ای که بهره‌ای را که یک فرد کسب می‌کند، همواره معادل ضرر فرد دیگر است. اما در نوع دیگری از بازی‌ها مرسوم به «بازی با حاصلجمع غیرصفر» همه بازیکنان ممکن است به منفعت دست یابند (یعنی بازی‌های با حاصلجمع مثبت) یا ضرر کنند (یعنی بازی‌هایی با حاصلجمع منفی). به عنوان مثال بریدن کیک یک بازی مجموع صفر می باشد، چرا که برداشتن یک تکه‌ی بزرگتر مقدار کیک قابل دسترس برای دیگران را کاهش می دهد. در مقابل آن، در بازی مجموع غیر صفر مثل سهام شما در بورس‌های بین المللی که به صورت ترکیب سرمایه - اعتبار تهیه شده اند میزان مجموع سود و زیان صفر نمی باشد. در نظریه بازی‌ها، معمولا بازی‌های حاصلجمع غیر صفر را همکارانه می‌نامند.

تعریف: ۱. (راهبرد خالص) فرض کنید $Y = \{y_1, \dots, y_m\}$ مجموعه عملکردهای ممکن یک بازیکن در یک موقعیت تصمیم‌گیری باشد و بازیکن بخواهد یکی از عملکردهای y_i (که $1 \le i \le m$ می‌باشد) را انتخاب کند. برای هر $1 \le i \le m$، عملکرد y_i را یک راهبرد خالص می‌نامند.

۲. (راهبرد مخلوط) یک راهبرد مخلوط برای این بازیکن یک توزیع احتمال $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ روی مجموعه عملکردهای این بازیکن یعنی Y می‌باشد که در آن $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$ و برای هر $1 \le i \le m$، $p_i \ge 0$. در این حالت بازیکن عملکرد y_i را با احتمال p_i انجام می‌دهد (یعنی این بازیکن در $100p_i$ درصد مواقع عملکرد y_i را انتخاب می‌کند). هر راهبرد مخلوط $P = \{p_1, \dots, p_m\}$ را می‌توان به عنوان یک بردار $(p_1, \dots, p_m)$ در $\mathbb{R}^m$ در نظر گرفت. به راحتی می‌توان دید که مجموعه تمام راهبردهای مخلوط برابر با مجموعه زیر است

$$\Delta_m = \{x = (x_1, \dots, x_m) \in \mathbb{R}^m: \quad x_1 + \dots + x_m = 1, x_i \ge 0\}.$$

مجموعه Δ_m را یک سادک احتمال می‌نامند.

۳. (نمایه و عملکرد غالب) فرض کنید $(N, A, (u_i)_{i\in N})$ یک بازی متناهی و $a_i, a'_i \in A_i$ دو راهبرد خالص بازیکن i ام باشد. هرگاه برای هر نمایه دلخواه از عملکردها $a_{-i} \in A_{-i}$ داشته باشیم $u_i(a_i, a_{-i}) \ge u_i(a'_i, a_{-i})$، گوییم عملکرد a_i بر عملکرد a'_i تسلط دارد. اگر عملکرد a_i بر همه عملکردهای دیگر $a'_i \in A_i$ تسلط داشته باشد، a_i را عملکرد غالب نامیم. نمایه $(a_i, a_{-i}) \in \mathrm{A}$ را غالب گوییم هرگاه برای هر $i \in N$، عملکرد a_i غالب باشد. عملکرد $b'_i \in A_i$ را یک عملکرد مغلوب گوییم هرگاه عملکرد $b_i \in A_i$ موجود باشد که بر b'_i تسلط داشته باشد.

۴. (تعادل نش) بهترین پاسخ بازیکن i به نمایه a_{-i} از عملکردهای بازیکنان دیگر، عملکرد a_i می‌باشد که بیشترین سودمندی را بدست آورد. به عبارت دیگر برای هر $a'_i \in A_i$ داشته باشیم

$u_i(a_i, a_{-i}) \geq u_i\ (a'_i, a_{-i})$. حال نمایه $a = (a_i)_{i \in N}$ یک تعادل نش برای این بازی می‌نامند هرگاه برای هر $i \in N$، عملکرد a_i بهترین پاسخ برای a_{-i} باشد.

۵. (اهمیت تعادل نش در تصمیم‌گیری) در نظریه بازی‌ها دلایل زیادی برای حمایت از تعادل نش وجود دارد اما اهمیت تعادل نش در تصمیم‌گیری به این دلیل است که وقتی خروجی بر اساس تعادل نش پیشنهاد شود هیچکدام از بازیکنان از آن منحرف نخواهند شد به شرطی که بدانند بقیه از تعادل نش پیروی خواهند کرد. برای روشن شدن این مطلب، فرض کنید یک گروه چند نفره در یک مذاکره نظامی یا تجاری حضور دارند و نمایه $a = (a_i)_{i \in N}$ یک تعادل نش برای این مذاکره می‌باشد، همه گروه به جز نفر i ام از تعادل نش پیروی می‌کنند و عملکرد خود را بر اساس این نمایه انتخاب می‌کنند. حال سوال اینجاست اگر نفر i ام از تعادل نش پیروی نکند و عملکرد a_i را انتخاب نکند برای او چه اتفاقی خواهد افتاد؟ فرض کنید نفر i ام عملکرد a'_i را انتخاب کند در این صورت بر اساس تعریف تعادل نش داریم $u_i(a_i, a_{-i}) \geq u_i\ (a'_i, a_{-i})$. لذا نفر i ام سودمندی کمتری را بدست خواهد آورد، در نتیجه مجبور است از تعادل نش پیروی کند. حال نکته قابل توجه این است اگر فقط دو کشور در یک تعامل (برای نمونه یک مذاکره) حضور داشته باشند و یکی از آنها بر اساس تعادل نش عمل کند، دیگری مجبور است از تعادل نش پیروی کند.

۶. (بازی‌های ایستا و روش حل آن) همان طور که درتعریف بازی متناهی گفته شد عملکرد یک بازیکن به تنهایی نتیجه را رقم نمی‌زند بلکه نتایج وابسته به نمایه‌های بازی است. در واقع وقتی بازیکنان راهبردهای خالص خود را انتخاب می‌کنند راهبردهای خالص آنها در کنار یکدیگر یک نمایه تشکیل می‌دهد که یک نتیجه به همراه دارد. یکی از نکات قابل توجه فرایند انتخاب عملکردهای بازیکنان در بازی می‌باشد. اگر بازیکنان به طور همزمان عملکرد خود را انتخاب کنند بازی را ایستا می‌نامند. در غیر این صورت بازی را پویا گویند. در ادامه بر اساس (Sturmfels, 2002) روشی برای حل بازی‌های متناهی ایستا ارایه می‌دهیم.

فرض کنید $(N, A, (u_i)_{i \in N})$ یک بازی متناهی باشد که $N = \{1, 2, \dots, n\}$ مجموعه بازیکنان است و برای هر $1 \leq i \leq n$، بازیکن i دارای d_i راهبرد خالص $\{a_{i1}, \dots, a_{id_i}\}$ باشد. راهبرد مخلوط بازیکن i را با $p^{(i)} = \left(p_1^{(i)}, \dots, p_{d_i}^{(i)}\right)$ نشان دهید. اگر $X^{(i)}$ ماتریس کاربرد بازیکن i باشد، سودمندی این بازیکن با راهبرد مخلوط برابر مقدار فرم چند خطی زیر می‌باشد

$$\pi_i = \sum_{j_1=1}^{d_1} \sum_{j_2=1}^{d_2} \dots \sum_{j_n=1}^{d_n} X^{(i)}_{j_1 \dots j_n} . p^{(1)}_{j_1} \dots p^{(n)}_{j_n}.$$

متغیرهای این فرم چند خطی $p_j^{(i)}$ ها می‌باشد که در شرایط زیر صدق می‌کنند:

۱) برای هر i و j، $p_j^{(i)} \geq 0$ باشد؛

۲) برای هر i، $\sum_{j=1}^{d_i} p_j^{(i)} = 1$ است.

ویژگی‌های بالا نشان می‌دهد که $p^{(i)} = \left(p_1^{(i)}, \dots, p_{d_i}^{(i)}\right) \in \Delta_{d_i}$. لذا $\mathrm{p} = (p^{(1)}, \dots, p^{(n)})$ یک نقطه در حاصلضرب سادکی زیر می‌باشد

$$\Delta = \Delta_{d_1} \times \dots \times \Delta_{d_n}.$$

نقطه $p \in \Delta$ یک تعادل نش بازی است هرگاه هیچکدام از n بازیکن نتواند مقدار سودمندی خود را با تغییر راهبرد خود افزایش دهد در حالی که بقیه $n-1$ بازیکن راهبرد خالص خود را ثابت نگه دارند. این مفهوم به شکل یک سیستم از چند جمله‌ای‌ها بر حسب بردارهای نامشخص $p = (p^{(1)}, \dots, p^{(n)}) \in \Delta$ و $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n) \in \mathbb{R}^n$ نوشته می‌شود. برای هر احتمال نامشخص $p_k^{(i)}$ که $1 \leq k \leq d_i$، چند جمله‌ای چند متغیره زیر را در نظر بگیرید

معادله 1: k-امین چندجمله‌ای متناظر با بازیکن i

$$p_k^{(i)}\Big(\pi_i - \sum_{j_1=1}^{d_1} \dots \sum_{j_{i-1}=1}^{d_{i-1}} \sum_{j_{i+1}=1}^{d_{i+1}} \dots \sum_{j_n=1}^{d_n} X^{(i)}_{j_1 \dots j_{i-1} k j_{i+1} \dots j_n}\, p_{j_1}^{(1)} \dots p_{j_{i-1}}^{(i-1)} p_{j_{i+1}}^{(i+1)} \dots p_{j_n}^{(n)}\Big).$$

متغیرهای این چند جمله‌ای عبارتند از $p_k^{(i)}$، π_i، $p_{j_1}^{(1)}$، ...، $p_{j_n}^{(n)}$ که در آن π_i را متغیر کمکی محاسبه تعادل نش متناظر با بازیکن i می‌نامند. از آنجا که $1 \leq k \leq d_i$ می‌باشد لذا d_i چندجمله‌ای متناظر با بازیکن i داریم. حال چندجمله‌ای‌های متناظر با تمام بازیکنان با هم یک سیستم از $d_1 + \dots + d_n$ چندجمله‌ای $d_1 + \dots + d_n + n$ متغیره تشکیل می‌دهند که ریشه‌های مشترک آنها تحت شرایطی یک تعادل نش است. ترتیب زیر را روی متغیرهای این چندجمله‌ای‌ها در نظر بگیرید

$$\pi_1, \dots, \pi_n, p_1^{(1)}, p_2^{(1)}, \dots, p_{d_1}^{(1)}, p_1^{(2)}, \dots, p_{d_n}^{(n)}$$

در این حالت ریشه‌های مشترک این چندجمله‌ای‌ها در فضای $\mathbb{R}^{n+d_1+\dots+d_n}$ یک نقطه در $\Delta \times \mathbb{R}^n$ است. قضیه ۶,۴ در (Sturmfels, 2002) تعیین می‌کند تحت چه شرایطی ریشه‌های $d_1 + \dots + d_n$ چندجمله‌ای بالا در $\Delta \times \mathbb{R}^n$ یک تعادل نش است. این قضیه به شکل زیر است.

قضیه (محاسبه تعادل نش). بردار $(\pi, p) \in \mathbb{R}^n \times \Delta$ یک تعادل نش برای یک بازی متناهی با ماتریس‌های کاربرد $X^{(1)}$، ...، $X^{(n)}$ می‌باشد اگر و تنها اگر یک ریشه مشترک $d_1 + \dots + d_n$ چندجمله‌ای بالا باشد با این ویژگی که عبارت داخل پرانتز نامنفی باشد.

توجه داشته باشید در قضیه بالا تعادل نش بازی فقط نقطه $p \in \Delta$ می‌باشد اما متغیرهای کمکی $\pi = (\pi_1, \dots, \pi_n)$ متناظر با بازیکنان درشناسایی تعادل نش نقش اساسی دارند لذا قضیه تعادل نش را به شکل (π, p) معرفی می‌کند.

۷. (بازی‌های پویا و روش حل آن) کتاب (Haurie and Krawczyk , 2000) به بررسی مفهوم بازی‌های پویا پرداخته است. در این قسمت بر اساس این کتاب به تعریف این نوع بازی و روش حل آن می‌پردازیم.

بازی‌های پویا بازی‌هایی هستند که در آن‌ها تصمیمات بازیکنان به صورت متوالی است. در این بازی‌ها اگر پیشینه‌ی بازی (انتخاب بازیکنان قبل از بازیکن مورد نظر) معلوم باشد، بازی را بازی پویای با اطلاعات کامل می‌گویند، یعنی هم پیامد بازی برای هر ترتیب و توالی (دنباله) حرکت بازیکنان و هم پیشینه‌ی بازی برای تمام بازیکنان معلوم می‌باشد. ابزار نمایشی که عناصر فرم بسط یافته را نشان می‌دهد، درخت بازی است. در گره‌های این درخت بازیکنان قرار می‌گیرند و کمان‌های منشعب از هر گره مجموعه عملکردهای ممکن آن بازیکن را نشان می‌دهد. راس‌های پایانی نیز سودمندی عملکردها را نشان می‌دهد.

فرایند برگ شت به عقب یا همان ا ستنتاج معکوس از فرایندهای معتبر برای یافتن راهبرد بهینه بازی‌های پویا می‌باشد (Judd and Yeltekin, 2010). گام‌های این فرایند به شرح زیر است:

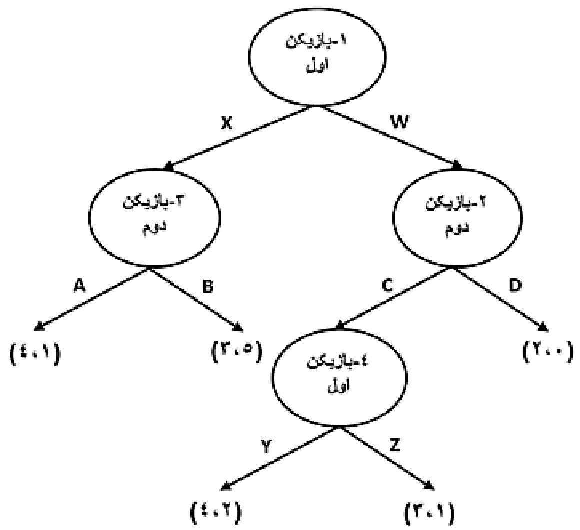
الف. راسی که مقداری ندارد و تمام رأس‌های فرزند و تابع‌اش در درخت مقدار گرفته‌اند، را انتخاب می‌کنیم و V می‌نامیم (در هر مرحله حتماً چنین راسی وجود دارد).

ب. بازیکن متناظر این راس برای مثال بازیکن شماره n می‌باشد. از بین رأس‌های فرزند این راس، که مقدار نتیجه (سود یا ضرر) بازیکنان به آن اختصاص یافته، راسی را می‌یابیم که سود بازیکن n بیشینه باشد.

ج. راسی که در گام قبل یافته شد را جایگزین راس V می‌کنیم و به این شکل بازی یک مرحله کاهش می‌یابد.

د. با ادامه این روند به گره شروع کننده بازی می‌رسیم. در این حالت عملکردی که بیشترین سودمندی را داشته باشد عملکرد بهینه می‌باشد.

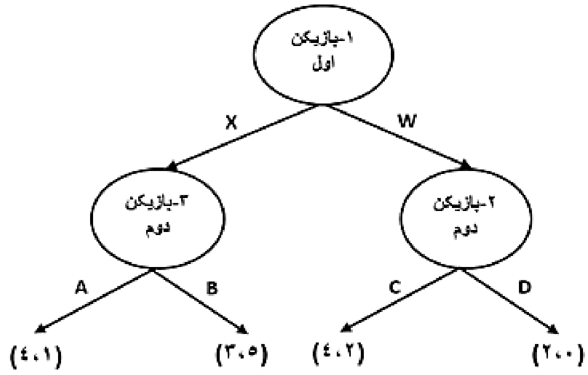
مثال: درخت زیر یک بازی پویا را نشان می‌دهد



شکل (۱) نمایش درختی یک بازی پویا

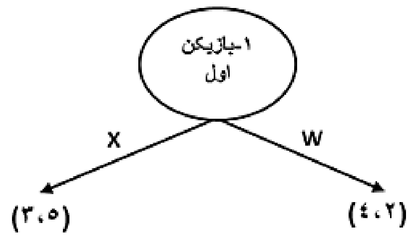
بازی از سه مرحله تشکیل شده و در مرحله اول، بازیکن اول بین دو راهبرد X و W باید یکی را انتخاب کند، در مرحله دوم بازیکن دوم با انتخاب در دو راس ۲ و ۳ مواجه است که در راس ۲ دو راهبرد C و D و در راس ۳ دو راهبرد A , B را دارد. در صورتی که بازیکن اول در مرحله اول W و بازیکن دوم در مرحله دوم C را انتخاب کند، بازیکن اول در مرحله سوم حق انتخاب بین دو راهبرد Y و Z را دارد. سود هر بازیکن در رأس‌های نهایی درخت ذکر شده است که اولین عدد (عدد سمت چپ) سود بازیکن اول و دومین عدد، سود بازیکن دوم است.

حال می‌خواهیم با روش استنتاج معکوس راهبرد بهینه بازیکن اول را بدست آوریم. برای حل بازی از آخرین راس (راس با ارتفاع بیشتر از ریشه) شروع می‌کنیم. بازیکن اول در این مرحله با انتخاب راهبرد Y، سود ۴ و با دیگری ۳ را می‌برد. پس با انتخاب عقلانی، راهبرد اول را انتخاب می‌کند و راهبرد Z مغلوب این راهبرد است. پس بازی به شکل زیر کاهش پیدا می‌کند.



شکل (۲) مرحله اول کاهش بازی با استنتاج معکوس

در نتیجه راهبرد نمایه $(4,2)$ به راهبردهای نفر دوم در راس ۳ اضافه می‌شود. در مرحله دوم، بازیکن دوم در دو راس باید تصمیم گیرد، در راس ۳، بیشترین سود این بازیکن انتخاب B است و در راس ۲ انتخاب C است. پس دو راهبرد دیگر مغلوب این دو راهبرد می‌شوند. پس شکل کاهش یافته سوم به دست می‌آید.



شکل (۳) مرحله دوم کاهش بازی با استنتاج معکوس

در این مرحله بازیکن اول، بین دو راهبرد که راهبرد نمایه هرکدام با فرض انتخاب عقلانی در گام‌های قبلی به دست آمده، حق انتخاب دارد. در این مرحله راهبرد W بیشترین سود را برای بازیکن اول دارد لذا راهبرد بهینه این بازیکن W می‌باشد.

پیشینه پژوهش

نظریه بازی‌ها یکی از مفاهیم مهم است که در بازی جنگ و حل مسئله تصمیم‌گیری کاربرد اساسی دارد. نبرد بیسمارک یکی از جنگ‌های مهم در جنگ جهانی دوم می‌باشد که از ۲ مارس ۱۹۴۳ تا ۴ مارس همان سال به درازا کشید و در طی آن، ناوگان دریایی اعزامی ژاپن

به‌طور کامل توسط متفقین نابود شد. در سال ۱۹۵۴ هایوود از نظریه بازی‌ها برای تجزیه و تحلیل تصمیمات گرفته شده در این نبرد استفاده کرد (Liu, 2015). هایوود برای این تجزیه و تحلیل از بازی حا صلجمع صفر دو نفره و مفاهیم تعادل نش ا ستفاده کرد. بعدها کاربرد نظریه بازی‌ها در تصمیمات نظامی مورد توجه قرار گرفت (Robinson, 1970 ;Haywood, 1954). مقاله (بیگدلی و طیبی، ۱۳۹۷) نیز از مدل بازی‌های حاصلجمع صفر در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ استفاده می‌کند. علاوه بر این، در تحقیقات اخیر شاهد کاربرد نظریه بازی‌ها در جنگ‌های سایبری و الکترونیک هستیم (بیگدلی، ۱۳۹۸؛ افرا شته و زارع چاو شی، ۱۳۹۹). همچنین تخصیص بهینه‌ی منابع امنیتی اعم از نیروی انسانی و امکانات نظامی با رویکرد نظریه بازی‌ها از دیگر کاربردهای این نظریه می‌باشد (اسماعیلی و همکاران، ۱۳۹۹).

با توجه به اهمیت تعادل نش در تصمیمات نظامی، محققان نظریه بازی‌ها همواره در تلاش‌اند تا روش‌هایی برای محا سبه تعادل نش ارایه دهند، اما محا سبه تعادل نش کار ساده‌ای نیست. مقالات (Bigdeli et al., 2018 ; Daskalakis et al., 2006 ;Sandholm, 2003) روش‌هایی برای محاسبه تعادل نش در حالت‌های خاص دنبال می‌کنند و پیچیدگی محاسبه را در این تحقیقات می‌توان دید. بویژه محاسبه تعادل نش در بازی‌های نامتناهی از مسائل امروز محققان است (Carbonell-Nicolau, 2021). بر ا ساس نتایجی در کتاب (Sturmfels, 2002)، تحت شرایطی خاص می‌توان تعادل‌های نش را با صفرهای مشترک یک سیستم از چندجمله‌ای‌ها (یک واریته) متناظر کرد. اما مطالعه‌ی سیستم‌های چندجمله‌ای از حوزه نظریه بازی‌ها خارج می‌شود. کتاب (Cox et al., 1997)، یکی از منابع مهم هندسه جبری است که با استفاده از آن و منابع مشابه می‌توان مفاهیم بنیادی یک سیستم از چند جمله‌ای‌ها را استخراج کرد. در این مقاله بر اساس نتایجی از کتاب (Sturmfels, 2002) روشی برای حل بازی‌های ایستا (محاسبه تعادل نش) ارایه می‌دهیم.

تلاش های گسترده انجام شده در راستای دیپلماسی[1] هسته‌ای بین ایران و آمریکا (و گروه

---

[1]. به مقام‌های رسمی سیاسی، فرهنگی، اقتصادی و نظامی یک کشور نزد کشور یا سازمان بین‌المللی پذیرنده «دیپلمات» می‌گویند. در فرهنگ روابط دیپلماتیک، عالی‌ترین مقام سیاسی در نزد کشور میزبان را «سفیر» می‌نامند. واژه دیپلماسی به معنی هدایت روابط بین افراد، گروه‌ها و ملت‌ها از جمله واژه‌های سیاسی مورد استفاده در عرصه مناسبات بین‌المللی است. در کاربرد رسمی خود عمدتاً به دیپلماسی بین‌المللی که هدایت روابط بین المللی از طریق دیدار و گفت وگوهای دیپلمات های رسمی است اشاره دارد.

۵+۱) [1]، درنهایت منجر به صدور برجام شد. سید امین رضوی نژاد در مقاله‌ای تحت عنوان «بررسی راهبردهای ایران و آمریکا در پسابرجام براساس نظریه بازی‌ها» با دیدگاه نظریه بازی‌ها به بررسی دیپلماسی ایران و آمریکا پس از تصویب اهداف مشترک برجام پرداخت (ر ضوی نژاد, ۱۳۹۵). ر ضوی نژاد سوال ا سا سی پژوهش خود را به این شکل مطرح کرد: بر ا ساس نظریه بازی‌ها راهبرد بهینه در دوران پسابرجام برای ایران و آمریکا چیست؟ پا سخ او به این سوال به این شکل بود: براساس شواهد، مدارک و یافته‌های این پژوهش، به این نتیجه ر سیدیم که دیپلما سی هسته‌ای پسابرجام میان ایران و آمریکا، یک بازی پویا با اطلاعات کامل است و می‌تواند به صورت حاصل جمع مثبت و بازی برد برد باشد. سپس درخت بازی دیپلماسی هسته ای پسابرجام میان ایران و آمریکا ترسیم شد و گزینه های پیش روی هریک از آنها مورد برر سی قرار گرفت و در ادامه برای یافتن پاسخ و حل بازی، از روش برایند برگشت به عقب استفاده کردیم که نتیجه و تعادل نش بازی عبارت بود از اینکه: منطقی‌ترین و مناسب‌ترین راهبرد در پسابرجام « رفع تحریم‌ها و پایبندی متقابل به تعهدات برجام» خواهد بود.

ابراهیمی و همکاران نیز در مقاله‌ای با عنوان «برر سی تحریم بخش نفت و گاز ایران: کاربردی از نظریه بازی‌ها» به تحلیل رابطه‌ی میان دولت ایران، دولت آمریکا و شرکت‌های بین المللی در شرایط تحریم برای سرمایه گذاری در صنعت نفت در قالب نظریه بازی‌ها می‌پردازند (ابراهیمی و همکاران، ۱۳۹۲). این مقاله بازی بین این سه بازیکن را از نوع بازی‌های پویا با اطلاعات کامل می‌داند، که راهبردهای ایران به صورت واگذاری توسعه میادین نفتی، به شرکت‌های بین المللی و شرکت‌های داخلی تعریف شده است. همچنین راهبردهای آمریکا به صورت اعمال تحریم بیشتر و اعمال تحریم کمتر علیه دولت ایران در نظر گرفته می شود. شرکت‌های بین المللی نیز باید بین دو راهبرد مشارکت کمتر و مشارکت بیشتر در توسعه میادین نفتی ایران، یکی را انتخاب کنند. در این مقاله، تعادل نش این بازی بر اساس فرایند برگشت به عقب به گونه‌ای حل شده ا ست که در آن ایران راهبرد واگذاری به شرکت‌های بین المللی، آمریکا راهبرد اعمال ف شار بی شتر و شرکت‌های بین المللی نیز راهبرد م شارکت بی شتر را انتخاب می کنند. در این تحقیق می‌توان نقش بازی‌های پویا را در تصمیم‌گیری‌ها دید. مفاهیم بنیادی بازی‌های پویا را در منابع (Haurie and Krawczyk, 2000; Judd and Yeltekin, 2010) می‌توان دید.

---

[1]. گروه ۵+۱ (که به صورت گروه پنج به علاوه یک خوانده می‌شود) از پنج عضو شورای امنیت سازمان ملل (ایالات متحده امریکا، روسیه، چین، بریتانیا و فرانسه) و آلمان تشکیل شده‌است. دلیل نامگذاری این گروه، حضور پنج عضو دائم شورای امنیت سازمان ملل متحد به همراه کشور آلمان است.

تحقیقات فوق نشان می‌دهد بررسی یک مذاکره قبل از ورود به آن تا پایان آن طوری که انگار مذاکره در حال انجام ا ست نقش ا سا سی در موفقیت مذاکره دارد. در این پژوهش می‌خواهیم یک مذاکره را در حالت کلی به کمک نظریه بازی‌ها شـــبیه‌ســـازی کنیم و فرایندی ســـاده برای تصـــمیم‌گیری در یک مذاکره بدســـت آوریم که برای هر مذاکره، ضـــمن تغییر شـــرایط بین دو کشـــور، پاســـخ‌گو باشـــد. کتاب (Greenhalgh, 2001) از منابع خوب برای درک علمی مذاکره می‌باشد.

روش شناسی پژوهش

کتاب شبیه‌سازی سیستم‌های گسسته-پیشامد (Banks et al., 2010) شبیه‌سازی را تقلیدی از یک سیستم یا فرایند واقعی با گذشت زمان تعریف می‌کند. در واقع شبیه‌سازی مجموعه‌ای از روش‌ها، مدل‌ها و ابزارها برای مشابه‌سازی سیستم‌های واقعی می‌باشد. این مشابه‌سازی به ما کمک می‌کند رفتار سیستم در دنیای واقعی را پیش‌بینی کنیم و نتایجی بدست آوریم که تغییر پارامترهای سیستم را دنبال کند. یک مذاکره در دنیای واقعی چندین ماه طول می‌کشد که در این مدت گام‌های مهمی مانند آماده شدن برای مذاکره، تبادل پیشنهادات و ... طی می‌شود. در این پژوهش این گام‌های اساسی را به کمک مدل بازی‌های متناهی و مدل بازی‌های پویا مدلسازی می‌کنیم. همچنین روش‌هایی جبری برای حل مدل‌ها ارایه می‌دهیم. این مجموعه از مدل‌ها و روش‌های حل آن‌ها یک شبیه‌سازی از فرایند چند ماهه مذاکره ارایه می‌دهد که مهم‌ترین نتیجه آن دستیابی به فرایندی برای تصمیم‌گیری درست قبل از ورود به مذاکره می‌باشد. فرایند تصمیم‌گیری ارایه شده به گونه‌ای است که تغییرات شرایط مذاکره را دنبال می‌کند.

پژوهش حاضر از منظر روش تحقیق، تحلیلی کتابخانه‌ای است. در این تحقیق با استفاده از مفاهیم مدلسازی ریاضی، منطق ریاضی، نظریه بازی‌ها، مفاهیم هندسه جبری و نرم افزارهای جبرجابجایی محاسباتی یک مذاکره را به کمک نظریه بازی‌ها شبیه‌سازی می‌کنیم و فرایندی برای تصمیم‌گیری در یک مذاکره بدست می‌آوریم. در واقع هدف اصلی پژوهش و سوال اصلی تحقیق به شرح زیر است:

هدف اصلی پژوهش: شبیه‌سازی یک مذاکره بین دو کشور به کمک نظریه بازی‌ها،
سوال اصلی تحقیق: فرایند تصمیم‌گیری در یک مذاکره بین دو کشور به چه شکلی است؟

فرضیه‌های مدلسازی و اصول تحلیل در شبیه‌سازی یک مذاکره

با مقایسه تعاریف مختلف مذاکره می‌توان دریافت که مذاکره فرایند تصمیم گیری توافقی بین افراد یا گروه‌های به هم وابسته و با ترجیحات متفاوت است. در واقع حقیقت مذاکره فرایند ساده تصمیم‌گیری است که به توافق یا عدم توافق ختم می‌شود (Greenhalgh, 2001). بسیاری از محققان و مدرسان مذاکره ترجیح می‌دهند الگویی از مراحل مذاکره ارائه دهند و فرایند مذاکره را به چند مرحله تقسیم کنند. ما با مقایسه مرحله سنجی‌های متفاوت یک مذاکره را در چهار مرحله؛ الف. آماده شدن برای مذاکره، ب. تبادل پیشنهادات، ج. دستیابی به توافق و د. پایان مذاکره؛ به کمک نظریه بازی‌ها شبیه‌سازی کردیم.

گام اول (آماده شدن برای مذاکره): در این مرحله به کمک نظریه بازی‌ها یک مذاکره را مدلسازی کردیم. در این مرحله پاسخ سوالات زیر فرضیه‌های مذاکره است:

۱. فهرست موضوعات مورد بحث در این مذاکره چیست؟

۲. منافع و مواضع من در این مذاکره چیست؟

۳. ذی نفعان این مذاکره چه کسانی هستند؟

۴. منافع و مواضع طرف مقابل در مذاکره چیست؟

۵. من چه اولویت‌هایی برای دستیابی به منافع خود دارم؟ دسته‌بندی این اولویت‌ها بر چه اساسی است؟

۶. اولویت‌های طرف مقابل چگونه است؟ دسته‌بندی اولویت‌ها بر چه اساسی است؟

۷. چه توافق‌های احتمالی اتفاق خواهد افتاد؟

۸. امتیاز دهی ما به توافق‌های احتمالی چگونه خواهد بود؟

۹. امتیاز دهی طرف مقابل به توافق‌های احتمالی چگونه خواهد بود؟

با توجه به اینکه هر گونه توافق منفعتی دو طرفه دارد لذا از دیدگاه نظریه بازی‌ها، هر مذاکره یک بازی با جمع غیر صفر است. این مرحله را به کمک بازی‌های ایستا با جمع غیر صفر مدلسازی کردیم و مراحل مدلسازی را در نمودار مفهومی شکل ۴ ارایه دادیم.

گام بعد به جواب‌های بهینه بازی برای بازیکنان بستگی دارد. این جواب‌های بهینه را به کمک روش‌های جبری با استفاده از نرم‌افزار Macaulay2 بدست می‌آوریم.

گام دوم (تبادل پیشنهادات): ازآنجا که تصمیمات طرفین مذاکره به پیشنهادهای یکدیگر وابسته است و این پیشنهادات به شکل توالی اتفاق خواهد افتاد، در این مرحله برای مدلسازی هر گونه پیشنهاد از درخت‌های بازی پویا کمک گرفتیم. فرضیه‌های این مرحله به شکل زیر است:

۱. هر کدام از طرفین مذاکره درک درستی از خواسته‌های خود و طرف مقابل دارند؛ به زبان نظریه بازی‌ها تبادل پیشنهادات یک بازی پویا با اطلاعات کامل است. لذا بازیکنان در مرحله آماده شدن برای مذاکره، آن را مدل‌سازی کرده‌اند و جواب‌های بهینه نمایه غالب، عملکرد غالب و تعادل نش را در اختیار دارند.

۲. هر بازیکن خواستار بیشترین سود از توافق است،

۳. هر بازیکن برای رسیدن به توافق برد-برد تلاش می‌کند.

۴. در مقابل هر پیشنهاد یکی از بازیکنان، دیگری فقط دو انتخاب پذیرش یا عدم پذیرش را دارد؛ که در ادامه پذیرش را با a، عدم پذیرش را با r و عدم توافق را با نمایه (۰۰۰,۰۰۰) نشان می‌دهیم.

گام سوم (دستیابی به توافق): در این مرحله به کمک فرایند برگشت به عقب راهبرد بهینه بازیکنان را بدست خواهیم آورد. فرضیه‌های زیر اساس دستیابی به راهبرد بهینه خواهد بود:

۱. هر کدام از بازیکنان درک درستی از خواسته‌های خود و طرف مقابل دارند؛ یعنی بازی با اطلاعات کامل می‌باشد.

۲. هر کدام از بازیکنان خواهان بیشترین سود ممکن هستند.

۳. اگر توافق صورت نگیرد هیچکدام از بازیکنان سودی نخواهند برد؛ یعنی سودمندی عدم توافق را صفر در نظر می‌گیریم.

۴. هر کدام از بازیکنان در مقابل زیاده خواهی طرف مقابل عدم توافق را ترجیح می‌دهند.

گام چهارم (پایان مذاکره): در مرحله قبل راهبردهای بهینه هرکدام از طرفین مذاکره بدست خواهد آمد. در این مرحله با توجه به تفاوت راهبرد بهینه طرفین مذاکره، شرایط دستیابی به توافق را بررسی می‌کنیم.

تجزیه و تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش بر اساس فرضیه‌هایی که در بخش روش‌شناسی پژوهش گفته شد یک مذاکره را به کمک نظریه بازی‌ها شبیه‌سازی می‌کنیم.

گام اول: آماده شدن برای مذاکره

در این بخش ابتدا یک مذاکره را مدلسازی می‌کنیم، سپس الگوریتم‌هایی برای حل مدل ارایه می‌دهیم. در نهایت نتایج مدلسازی را برای بکارگیری آن در گام بعدی ارایه خواهیم داد.

مدلسازی مذاکره

برای مدلسازی یک مذاکره، موقعیت را با یک بازی متناهی $(N, A, (u_i)_{i\in N})$ متناظر می‌کنیم. در این حالت $(N, A, (u_i)_{i\in N})$ را یک مدل برای مذاکره گوییم. جهت دستیابی به چنین مدلی طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم.

۱) بازیکنان این بازی طرفین مذاکره می‌باشند که آن را با $N = \{1, -1\}$ نشان می‌دهند. در این مجموعه 1 کشور ما و -1 کشور مقابل می‌باشد. توجه کنید در یک مذاکره بین چندین کشور، کشورهای هم عقیده با خود را کشور ما و بازیکن 1 می‌نامیم و کشورهای مخالف را اعضای -1 می‌نامیم.

۲) مجموعه عملکردهای ممکن هر بازیکن را مشخص می‌کنیم. فرض کنید $A_1 = \{a_1, \dots, a_{d_1}\}$ مجموعه عملکردهای بازیکن 1 و $A_{-1} = \{b_1, \dots, b_{d_{-1}}\}$ مجموعه عملکردهای بازیکن -1 باشد. از آنجا که نتایج، حاصل عملکردهای متناظر هر کدام از بازیکنان می‌باشد مجموعه نمایه‌ها یعنی $A = A_1 \times A_{-1}$ را مشخص می‌کنیم.

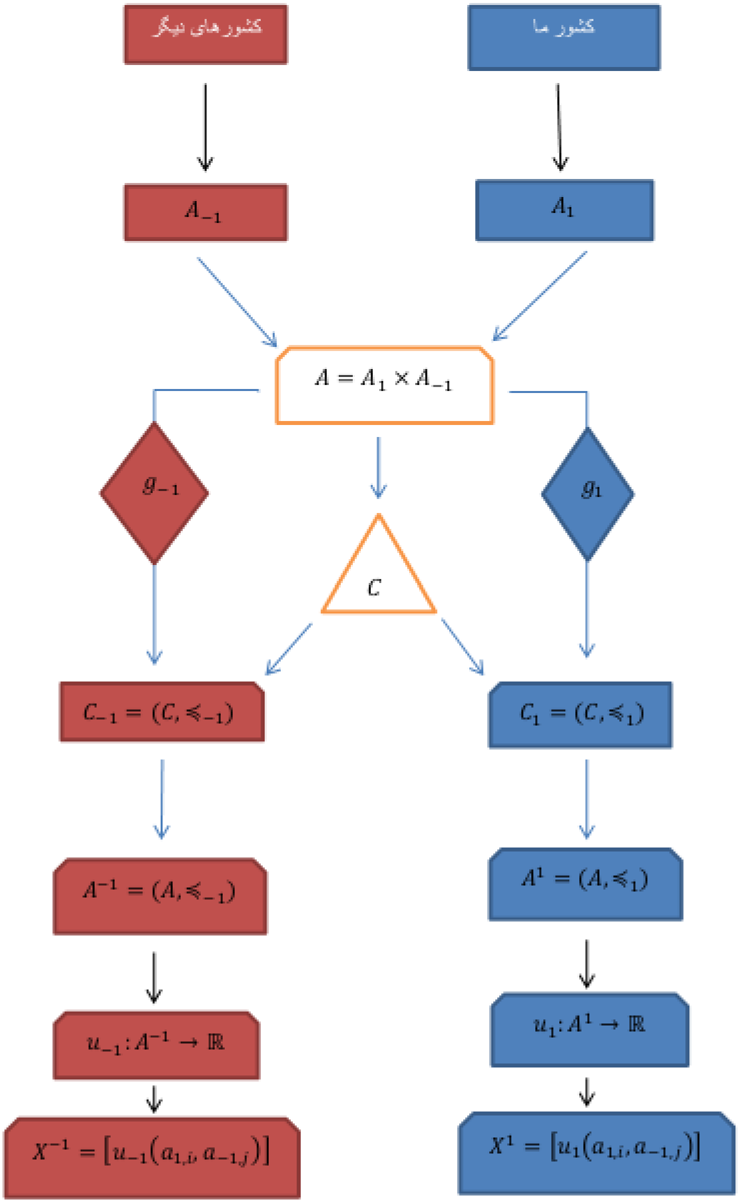
۳) مجموعه تمام نتایج حاصل از نمایه‌ها را با C نشان می‌دهیم. با توجه به اینکه اعضای مجموعه‌ی A متمایز می‌باشند، می‌توان فرض کرد هر نمایه نتیجه‌ای متمایز از نتایج بقیه نمایه‌ها دارد. در نتیجه $|C| = |A| = d_1 \times d_{-1}$. از آنجا که نتیجه‌ی مذاکره از دیدگاه هر کدام از طرفین مذاکره دارای ارزش متفاوتی است، ضروری است مجموعه‌ی نتایج را با دو دیدگاه متفاوت اولویت‌بندی کنیم. بر اساس دیدگاه هر بازیکن i، اولویت‌بندی اعمال شده روی مجموعه‌ی C را با C_i نشان می‌دهیم. در واقع مجموعه‌ی $C_i = \{c_{i1}, \dots, c_{i|C_i|}\}$ همان مجموعه‌ی C است با این تفاوت که یک اولویت‌بندی از سمت چپ به راست در آن اعمال شده است. به عبارت دیگر در مجموعه C_i وقتی $j < k$ است نتیجه‌ی C_{ij} نسبت به C_{ik} برای بازیکن i ام از اهمیت بیشتری برخوردار است. در این مرحله با اعمال دو اولویت‌بندی متفاوت روی مجموعه نتایج C، مجموعه‌های مرتب C_1 و C_{-1} حاصل می‌شود.

۴) با توجه به اینکه هر نمایه از عملکردها یک خروجی به دنبال خواهد داشت، یک تابع $g: A \to C$ و سپس توابع $g_{-1}: A \to C_{-1}$ و $g_1: A \to C_1$ را از مجموعه نمایه‌ها به مجموعه نتایج مشخص می‌کنیم.

۵) با توجه به توابع g_1 و g_{-1} ترتیب مجموعه نتایج C_1 و C_{-1} را به مجموعه A انتقال می‌دهیم و دو مجموعه $A^1 = (A, \preccurlyeq_1)$ و $A^{-1} = (A, \preccurlyeq_{-1})$ را بدست می‌آوریم ($C_{-1} = (C, \preccurlyeq_{-1})$).

۶) توابع کاربرد $u_1: A^1 \to \mathbb{R}$ و $u_{-1}: A^{-1} \to \mathbb{R}$ را تعریف می‌کنیم. با توجه به فرض $|A| = |C|$ در مرحله سوم از مدلسازی، برد این توابع را با مجموعه‌ی $\{1, \dots, |C|\}$ یکسان می‌گیریم. به عبارت دقیق‌تر، اگر $A^1 = \{(a_{1,1}, a_{-1,1}), \dots, (a_{1,d_1}, a_{-1,d_{-1}})\}$ باشد آنگاه $u_1(a_{1,1}, a_{-1,1}) = 1$ و $u_1(a_{1,d_1}, a_{-1,d_{-1}}) = d_1 \times d_{-1}$.

۷) ماتریس‌های $X^1 = [u_1(a_{1,i}, a_{-1,j})]$ و $X^{-1} = [u_{-1}(a_{1,i}, a_{-1,j})]$ را تعریف می‌کنیم.



شکل (۴) فرایند مدلسازی یک مذاکره

حل مدل و راهبردهای بهینه مذاکره

در این قسمت روش‌هایی جبری برای محاسبه عملکرد غالب، نمایه غالب و تعادل نش ارایه می‌دهیم.

الف) محاسبه عملکرد غالب و نمایه غالب

برای محاسبه عملکرد غالب طبق الگوریتم زیر عمل می‌کنیم:

۱) راهبردهای خالص متناظر با بازیکن 1 و -1 را به ترتیب با $(a_1, \dots, a_{d_1})$ و $(b_1, \dots, b_{d_{-1}})$ نشان دهید؛

۲) پس از مدلسازی ماتریس‌های کاربرد $X^{(1)} = [u_1(a_k, b_l)]$ و $X^{(-1)} = [u_{-1}(a_k, b_l)]$ را داریم. این ماتریس‌ها $d_1 \times d_{-1}$ می‌باشند؛

۳) بیشینه درایه‌های ماتریس $X^{(1)}$ را بدست می‌آوریم. فرض کنید این درایه $X_{kl}^{(1)}$ باشد.

۴) اگر برای هر $1 \leq j \leq d_{-1}$، $X_{kj}^{(1)} = \max\left\{X_{ij}^{(1)}\colon 1 \leq i \leq d_1\right\}$ باشد، آنگاه a_k عملکرد غالب ما می‌باشد. در غیر این صورت عملکرد غالب وجود ندارد.

اثبات: فرض کنید a_i عملکرد غالب بازی باشد که $i \neq k$. لذا طبق تعریف عملکرد غالب داریم:

$$X_{ij}^{(1)} = u_1(a_i, a_j) \geq u_1(a_k, a_j) = X_{kj}^{(1)}$$

از طرفی $X_{kj}^{(1)} = \max\left\{X_{ij}^{(1)}\colon 1 \leq i \leq d_1\right\} \geq X_{ij}^{(1)}$. در نتیجه $X_{kj}^{(1)} = X_{ij}^{(1)}$ که متناقض با بند ۶ مدلسازی مذاکره در بخش قبل می‌باشد زیرا در این بند توابع کاربرد طوری تعریف شده‌اند که تمام درایه‌های $X^{(1)}$ متمایزند.

۵) بیشینه درایه‌های ماتریس $X^{(-1)}$ را بدست می‌آوریم. فرض کنید این درایه $X_{kl}^{(-1)}$ باشد.

۶) اگر برای هر $1 \leq i \leq d_1$، $X_{il}^{(1)} = \max\left\{X_{ij}^{(1)}\colon 1 \leq j \leq d_{-1}\right\}$ باشد، آنگاه b_l عملکرد غالب اعضای -1 می‌باشد. در غیر این صورت اعضای -1 عملکرد غالب ندارند.

اثبات: با روش مشابه بند ۴ اثبات می‌شود.

۷) در صورتی که پاسخ ۴ و ۶ مثبت باشد (a_k, b_l) نمایه غالب بازی است.

ب) محاسبه تعادل نش

روش حل بازی‌های متناهی در بخش مفاهیم بنیادی را برای دو بازیکن به زبان ساده‌تر ارایه می‌دهیم. در واقع برای محاسبه تعادل نش طبق الگوریتم زیر عمل می‌کنیم:

۱) راهبردهای خالص متناظر با بازیکن 1 و -1 را به ترتیب با $(a_1, \dots, a_{d_1})$ و $(b_1, \dots, b_{d_{-1}})$ نشان دهید؛

۲) پس از مدلسازی ماتریس‌های کاربرد $X^{(1)} = [u_1(a_k, b_l)]$ و $X^{(-1)} = [u_{-1}(a_k, b_l)]$ را داریم. این ماتریس‌ها $d_1 \times d_{-1}$ می‌باشد؛

۳) راهبردهای مخلوط متناظر با بازیکن 1 و -1 را به ترتیب با $(p_{i1}, \dots, p_{id_1})$ و $(q_{i1}, \dots, q_{id_{-1}})$ نشان دهید؛

۴) برای $1 \le k \le d_1$ معادلات زیر را تشکیل دهید

معادله 2: k-امین معادله متناظر با بازیکن 1

$$p_{ik}\left(p - \sum_{l=1}^{d_{-1}} X_{kl}^{(1)} q_{il}\right) = 0;$$

۵) برای $1 \le l \le d_{-1}$ معادلات زیر را تشکیل دهید

معادله 3: l-امین معادله متناظر با بازیکن -1

$$q_{il}\left(q - \sum_{k=1}^{d_1} X_{kl}^{(-1)} p_{ik}\right) = 0;$$

توجه داشته باشید در معادلات ۲ و ۳ متغیرهای p و q همان متغیرهای کمکی متناظر با بازیکنان در معادله ۱ می‌باشد.

۶) این معادلات یک سیستم از چندجمله‌ای‌ها بر حسب p_{i1}، ....، p_{id_1}، q_{i1}، ....، $q_{id_{-1}}$، p و q می‌باشد که برنامه حل آن در نرم‌افزار Macaulay2 به شکل زیر می‌باشد:

i1: R=QQ [p, q, pi1,…,pid_1,qi1,…,qid_{-1}];
i2: I=ideal (pi1*(p−$X_{11}^{(1)}$*qi1-…-$X_{1d_{-1}}^{(1)}$*qid_{-1}), …, pid_1*(p−$X_{d_1 1}^{(1)}$*qi1-$X_{d_1 2}^{(1)}$*qi2-… -$X_{d_1 d_{-1}}^{(1)}$ qid_{-1}),…
, qi1*(q−$X_{11}^{(-1)}$*pi1-…-$X_{d_1 1}^{(-1)}$*pid_1), qi2*(q−$X_{12}^{(-1)}$*pi1−$X_{22}^{(-1)}$*pi2-…-$X_{d_1 2}^{(-1)}$pid_1),…,qid_{-1}*(q−$X_{1d_{-1}}^{(-1)}$*pi1-...−$X_{d_1 d_{-1}}^{(-1)}$*pid_1))
i3: decompose (I)

۷) دستور i3 : decompose(I) در برنامه بالا تجزیه ایدآل I به ایدآل‌های اولیه را ارایه می‌دهد که آن را در نرم‌افزار به شکل $o3 = \{I_1, \dots, I_t\}$ خواهیم دید. لذا $I = \bigcap_{j=1}^{t} I_j$. حال اگر $V(I)$ واریته ایدآل I (ریشه‌های مشترک چندجمله‌ای‌های مولد یک ایدآل را واریته آن ایدآل می‌نامند) باشد، آنگاه $V(I) = \bigcup_{j=1}^{t} V(I_j)$. پس کافیست ریشه‌های مشترک مولدهای هر کدام از I_j ها را بیابیم. با توجه به اینکه I_j ها اولیه هستند مولدهای ساده‌تری نسبت به I دارند که ریشه‌های آنها قابل محاسبه است (Cox et al., 1997). فرض کنید (p,q,pi1,…,pid_1,qi1,…,qid_{-1}) یک عضو در $V(I)$ باشد. اگر به ازای این جواب عبارات داخل پرانتز در i2 نامنفی باشد، pi1+…+pid_1=1

و $=1$ qi1+…+qid_{-1} آنگاه، بنا بر قضیه محاسبه تعادل نش، جواب (pi1,…,pid_1,qi1,…,qid_{-1}) یک تعادل نش است.

نتایج مدلسازی مذاکره

پس از حل مدل به یکی از نتایج زیر می‌رسیم که می‌تواند در فرایند مذاکره به ما کمک کند.

۱. مدل دارای نمایه غالب می‌باشد؛

۲. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور ما عملکرد غالب وجود دارد؛

۳. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور رقیب عملکرد غالب وجود دارد؛

۴. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند اما مدل دارای تعادل نش می‌باشد؛

۵. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند و تعادل نش نیز وجود ندارند.

گام دوم: تبادل پیشنهادات

راهبرد د ستیابی به اهداف در یک مذاکره بر ا ساس همکاری ا ست. لذا ر سیدن به توافق هدف ا صلی مذاکره ا ست. پس با صرف‌نظر از چگونگی رابطه سازی و مکان مذاکره، باید پی‌شنهاداتی بین طرفین رد و بدل شود. تبادل پیشنهادات بازی‌های پویا هستند که در این قسمت، بر اساس نتایج مدلسازی در گام اول، با درخت‌های بازی نمایش خواهیم داد.

با دیدگاه نظریه بازی‌ها هر توافق بین کشور ما و اعضای -1 به شکل عضوی در $A_1 \times A_{-1}$ خواهد بود. لذا اگر عملکرد خود را با a_1 و عملکرد کشورهای دیگر را با a_{-1} نشان دهیم شروع پیشنهادات به یکی از شکل‌های زیر خواهد بود:

الف. اعضای -1 نمایه (a_1, a_{-1}) را پیشنهاد می‌دهند و از ما می‌خواهند بپذیریم؟

ب. ما نمایه (a_1, a_{-1}) را به اعضای -1 پیشنهاد می‌دهیم؟

اما نمایه پیشنهادی بازیکن به حالت‌های مدل، که در بخش قبل معرفی شد، بستگی دارد. لذا بر اساس حالت‌های مدل درخت‌های پیشنهادات را رسم می‌کنیم.

۱. مدل دارای نمایه غالب می‌باشد: فرض کنید (d_1, d_{-1}) نمایه غالب باشد، بیشینه سودمندی بازیکن 1 در نمایه (m_1, m_{-1}) و بیشینه سودمندی بازیکن -1 در نمایه (n_1, n_{-1}) اتفاق بیفتد. در این صورت انتخاب‌های ما به شکل زیر خواهد بود:

الف. (m_1, m_{-1})

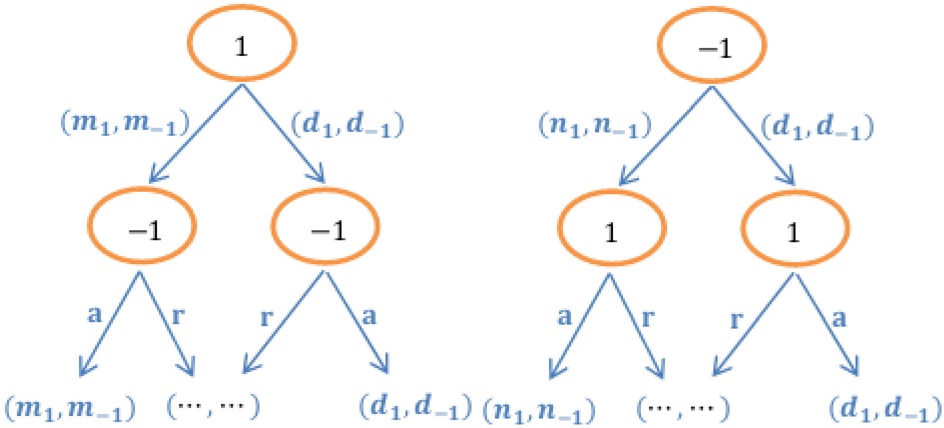
ب. (d_1, d_{-1}).

انتخاب‌های بازیکن -1 به شکل زیر است:

الف. (n_1, n_{-1})

ب. (d_1, d_{-1}).

در نتیجه درخت‌های پیشنهادات به شکل‌های زیر است:



شکل (۵) تبادل پیشنهادات (از چپ به راست) وقتی بازکن 1 یا 1 − شروع‌کننده باشد

۲. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور ما عملکرد غالب وجود دارد: فرض کنید d_1 عملکرد غالب ما باشد. در این صورت طبق تعریف عملکرد غالب، به ازای یک عملکرد بازیکن -1 مانند a_{-1}، بیشینه سودمندی ما در نمایه (d_1, a_{-1}) اتفاق خواهد افتاد. همچنین اگر b_{-1} بهترین پاسخ به d_{-1} باشد آنگاه نمایه (d_1, b_{-1}) یک تعادل نش می‌باشد. فرض کنید (e_1, e_{-1}) تعادل نش دیگری باشد. از آنجا که d_1 عملکرد غالب است لذا $(e_1, e_{-1}) = (d_1, e_{-1})$. حال اگر $u_1(d_1, b_{-1}) > u_1(d_1, e_{-1})$، آنگاه انتخاب‌های ما سه نمایه زیر خواهد بود

الف. (d_1, a_{-1})

ب. (d_1, b_{-1})

ج. (d_1, e_{-1})،

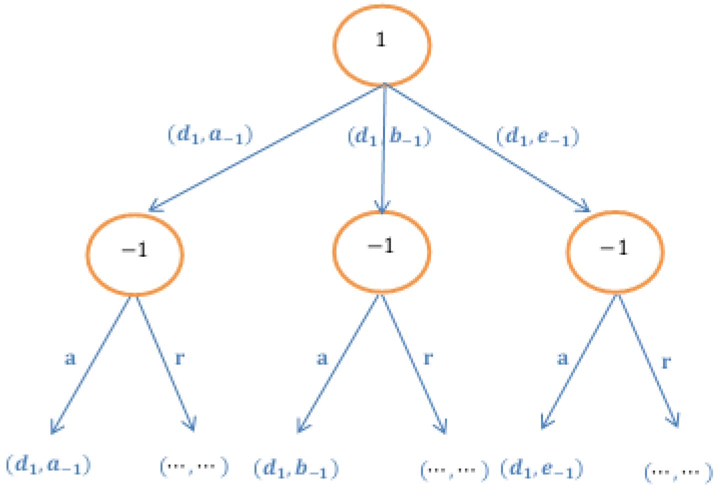
در غیر این صورت دو انتخاب الف و ب را خواهیم داشت.

حال اگر $u_{-1}(d_1, b_{-1}) \geq u_{-1}(e_1, e_{-1})$. طبق تعریف تعادل نش، e_1 بهترین پاسخ به e_{-1} است. حال طبق تعریف تعادل نش و تابع بهترین پاسخ، $u_{-1}(d_1, b_{-1}) \geq u_{-1}(d_1, e_{-1}) = u_{-1}(e_1, e_{-1})$. لذا $u_{-1}(d_1, b_{-1}) = u_{-1}(e_1, e_{-1})$. در نتیجه بیشترین سودمندی بازیکن -1 میان تعادل‌های نش، در تعادل نش (d_1, b_{-1}) خواهد. اگر بیشینه سودمندی بازیکن -1 در نمایه (n_1, n_{-1}) اتفاق بیفتد، انتخاب‌های بازیکن -1 به شرح زیر می‌باشد:

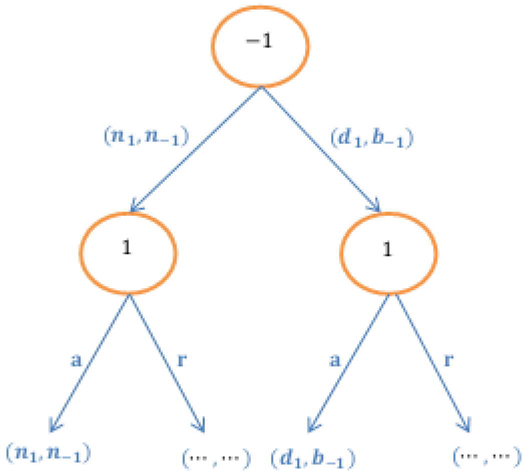
الف. (n_1, n_{-1})

ب. (d_1, b_{-1}).

در نتیجه درخت‌های پیشنهادات به شرح زیر است:



شکل (۶) تبادل پیشنهادات وقتی بازیکن ۱ شروع کننده است



شکل (۷) تبادل پیشنهادات وقتی بازیکن -1 شروع کننده است

۳. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور رقیب عملکرد غالب وجود دارد: این حالت مشابه حالت ۲ است وقتی جای بازیکنان عوض شود.

۴. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند اما مدل دارای تعادل نش می‌باشد: فرض کنید (e_1, e_{-1}) و (e'_1, e'_{-1}) دو تعادل نش باشند، به طوری‌که بیشینه سودمندی بازیکن ۱

میان‌تعادل‌های نش در (e_1,e_{-1}) اتفاق بیفتد و بیشینه سودمندی بازیکن -1 میان تعادل‌های نش در (e'_1,e'_{-1}) اتفاق بیفتد. همچنین بیشینه سودمندی بازیکن 1 در نمایه (m_1,m_{-1}) و بیشینه سودمندی بازیکن -1 در نمایه (n_1,n_{-1}) اتفاق بیفتد. در این صورت انتخاب‌های بازیکن ۱ به شکل زیر خواهد بود:

الف. (m_1,m_{-1})

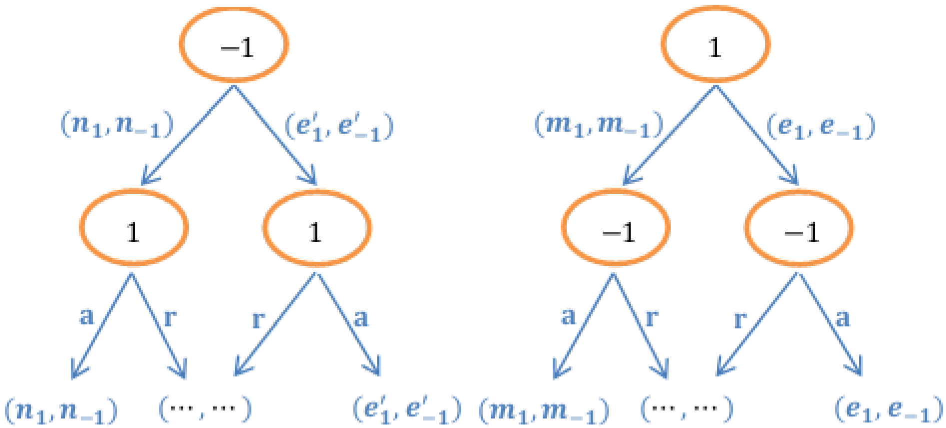
ب. (e_1,e_{-1}).

همچنین انتخاب‌های بازیکن -1 به صورت زیر خواهد بود:

الف. (n_1,n_{-1})

ب. (e'_1,e'_{-1}).

در نتیجه تبادل پیشنهادات به شکل‌های زیر است:



شکل (۸) تبادل پیشنهادات (از راست به چپ) وقتی بازکن 1 یا 1- شروع‌کننده باشد

۵. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند و تعادل نش نیز وجود ندارد: در این حالت تعادل نش به شکل راهبرد مخلوط وجود دارد؛ فرض کنید $((\alpha_1,\cdots,\alpha_m),(\beta_1,\cdots,\beta_n))$ تعادل نش مخلوط متناظر با عملکردهای بازیکنان $((a_1,\cdots,a_m),(b_1,\cdots,b_n))$ باشد. اگر $\alpha_i=max\{\alpha_1,\cdots,\alpha_m\}$ و $\beta_j=max\{\beta_1,\cdots,\beta_n\}$، آنگاه a_i با احتمال α_i و b_i با احتمال β_i می‌توانند تعادل (a_i,b_j) را ایجاد کنند. لذا با در نظر گرفتن (a_i,b_j) به عنوان تعادل نش تبادل پیشنهادات مانند حالت ۴ خواهد بود با این تفاوت که عملکردهای تعادل به ترتیب با احتمالات α_i و β_i همراه خواهد بود.

گام سوم: دستیابی به توافق

در بخش قبل تبادل پیشنهادات را با درخت‌های بازی نمایش دادیم. در این بخش به کمک فرایند برگشت به عقب راهبرد بهینه بازیکنان را بدست خواهیم آورد. دستیابی به راهبرد بهینه بر اساس فرضیه‌هایی است که در بخش روش‌شناسی پژوهش ارایه شد:

حالت اول: در این حالت با استفاده از فرایند برگشت به عقب، به راحتی می‌توان دید که (d_1, d_{-1}) راهبرد بهینه هر دو بازیکن است.

حالت دوم: در این حالت به کمک فرایند برگشت به عقب خواهیم دید که نمایه (d_1, e_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن 1و (d_1, b_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن -1 است.

حالت سوم: این حالت مشابه حالت دوم خواهد بود با این تفاوت که راهبرد بهینه بازیکنان با هم تعویض خواهد شد.

حالت چهارم: در این با فرایند برگشت به عقب خواهیم دید که تعادل نش (e_1, e_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن 1 و تعادل نش (e'_1, e'_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن -1 است.

حالت پنجم: در این حالت با در نظر گرفتن راهبردهای خالص به عنوان تعادل نش مطابق قسمت ۵ در بخش قبل، به بحثی مشابه حالت چهارم می‌رسیم. لذا راهبرد بهینه هر بازیکن تعادلی است که بیشترین سودمندی را برای آن بازیکن داشته باشد.

گام چهارم: پایان مذاکره

پس از مدلسازی مذاکره و حل مدل در گام اول حالت‌های زیر پیش خواهد آمد که بنا بر تحلیل‌های انجام شده در گام‌های دوم و سوم می‌توان راهبردهای بهینه را بدست آورد و در نتیجه شرایط را برای دستیابی به توافق برآورد کرد.

۱. مدل دارای نمایه غالب می‌باشد: فرض کنید (d_1, d_{-1}) نمایه غالب باشد، بیشینه سودمندی بازیکن 1 در نمایه (m_1, m_{-1}) و بیشینه سودمندی بازیکن -1 در نمایه (n_1, n_{-1}) اتفاق بیفتد. در این صورت پیشنهادات بازیکن 1 به شکل زیر خواهد بود:

الف. (m_1, m_{-1})

ب. (d_1, d_{-1}).

همچنین پیشنهادات بازیکن -1 به شکل زیر است:

الف. (n_1, n_{-1})

ب. (d_1, d_{-1}).

در این حالت (d_1, d_{-1}) راهبرد بهینه هر دو بازیکن می‌با شد. در نتیجه بازیکنان بدون به خطر

انداختن منافع دیگری می‌توانند به توافق برد-برد (d_1, d_{-1}) برسند.

۲. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور ما عملکرد غالب وجود دارد: در این حالت اگر d_1 عملکرد غالب بازیکن 1 باشد، آنگاه پیشنهادات بازیکن 1 سه نمایه زیر خواهد بود:

الف. (d_1, a_{-1})؛ در این نمایه بیشینه سودمندی بازیکن 1 اتفاق خواهد افتاد،

ب. (d_1, b_{-1})؛ در این نمایه b_{-1} بهترین پاسخ به d_{-1} می‌باشد،

ج. (d_1, e_{-1})؛ این نمایه یک تعادل نش با بیشترین سودمندی است.

همچنین اگر بیشینه سودمندی بازیکن $1-$ در نمایه (n_1, n_{-1}) اتفاق بیفتد، پیشنهادات بازیکن $1-$ به شرح زیر می‌باشد:

الف. (n_1, n_{-1})،

ب. (d_1, b_{-1}).

در این حالت تعادل (d_1, e_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن 1 و (d_1, b_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن $1-$ است.

در این وضعیت بازیکن 1، با توجه به وجود عملکرد غالب، در موضع قدرت وارد مذاکره می‌شود. لذا توافق با دریافت امتیازاتی از بازیکن $1-$ به نفع بازیکن 1 حاصل می‌شود.

۳. نمایه غالب وجود ندارد اما برای کشور رقیب عملکرد غالب وجود دارد: این حالت مشابه حالت ۲ است و با دریافت امتیازاتی از بازیکن 1 توافق حاصل می‌شود.

۴. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند اما مدل دارای تعادل نش می‌باشد: در این حالت پیشنهادات بازیکن 1 به شکل زیر خواهد بود:

الف. (m_1, m_{-1})؛ بیشینه سودمندی بازیکن 1 در این نمایه اتفاق بیفتد.

ب. (e_1, e_{-1})؛ بیشینه سودمندی بازیکن 1 میان‌تعادل‌های نش باشد.

همچنین پیشنهادات بازیکن $1-$ به صورت زیر خواهد بود:

الف. (n_1, n_{-1})؛ بیشینه سودمندی بازیکن $1-$ در این نمایه اتفاق بیفتد.

ب. (e'_1, e'_{-1})؛ بیشینه سودمندی بازیکن $1-$ میان تعادل‌های نش در این نمایه باشد.

در این حالت تعادل نش (e_1, e_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن 1 و تعادل نش (e'_1, e'_{-1}) راهبرد بهینه بازیکن $1-$ است. لذا با دریافت و دادن امتیازاتی بین دو بازیکن بر سر تعادل‌های نش توافق حاصل خواهد شد.

۵. هیچکدام از بازیکنان عملکرد غالب ندارند و تعادل نش نیز وجود ندارد: در این حالت تعادل نش به شکل راهبرد مخلوط وجود دارد. با در نظر گرفتن راهبردهای خالص به عنوان

تعادل نش، به بحثی مشابه حالت ۴ می‌رسیم. لذا راهبرد بهینه هر بازیکن تعادلی است که بیشترین سودمندی را برای آن بازیکن داشته باشد. در این حالت توافق مشکل است.

بر اساس نتایج این بخش می‌توان فرایند زیر را برای تصمیم‌گیری در یک مذاکره بین دو کشور ارایه داد:

۱. با فرایند ارایه شده در شکل ۴، مذاکره را مدلسازی می‌کنیم.

۲. با الگوریتم‌های جبری در گام اول مذاکره، عملکردهای غالب بازیکنان و تعادل‌های مذاکره را بدست می‌آوریم.

۳. اگر یک بازیکن دارای عملکرد غالب و دیگری عملکرد غالب نداشته باشد آن بازیکن در موضع قدرت وارد مذاکره می‌شود. در غیر این صورت توان مذاکره کننده‌ها یکسان است.

۴. توافق فقط در تعادل‌های نش اتفاق خواهد افتاد (در صورتی که مدل تعادل نش نداشته باشد توافق بسیار مشکل خواهد بود).

۵. با توجه به توان خود در مذاکره، که طبق مرحله ۳ تعیین می شود، در یکی از تعادل‌های نش به توافق می‌رسیم.

مثال: در سال‌های اخیر جمهوری اسلامی ایران تلاش‌هایی برای دستیابی به تکنولوژی هسته‌ای، افزایش توان موشکی و ... داشته است که مورد پسند ابرقدرت‌هایی مانند آمریکا نبوده است. از این جهت از سوی آمریکا بر علیه ایران تحریم‌هایی اعمال شده است. حال می‌خواهیم بدون در نظر گرفتن جزئیات و در حالت کلی مذاکره احتمالی بین ایران و آمریکا را مدلسازی کنیم و راهبرد مناسب را برآورد کنیم.

۱. ایران بازیکن 1 این مذاکره و آمریکا بازیکن $1-$ می‌باشد.

۲. در راستای رسیدن به توافق در حالت کلی ایران دو عملکرد در پیش رو دارد:

الف) پذیرفتن برخی از خواسته‌های آمریکا

ب) پذیرفتن تمام خواسته‌های آمریکا.

طبیعی است که اگر ایران آماده پذیرفتن هیچکدام از خواسته‌های آمریکا نباشد آنگاه مذاکره‌ای اتفاق نخواهد افتاد. عملکرد الف را با a و عملکرد ب را با b نشان دهید.

همچنین آمریکا باید قبل از مذاکره آماده توافق و در نتیجه لغو برخی از تحریم‌ها باشد. لذا آمریکا نیز دو عملکرد در پیش رو دارد:

ج) لغو برخی از تحریم‌ها (کاهش تحریم)

د) لغو تمام تحریم‌ها.

عملکرد ج را با c و عملکرد د را با d نشان دهید. در نتیجه

$A = A_1 \times A_{-1} = \{(a,c),(a,d),(b,c),(b,d)\}$.

۳. مجموعه تمام نتایج حاصل از نمایه‌های بالا برای بازیکن 1 برابر $\mathrm{C}_1 = \{c_{11}, c_{12}, c_{13}, c_{14}\}$ می‌باشد که c_{1j} ها به شکل زیر تعریف می‌شوند:

الف) c_{11}: گذشتن از برخی آرمان‌های خود و حل تمام مشکلات ناشی از تحریم

ب) c_{12}: گذشتن از برخی آرمان‌های خود و حل برخی مشکلات ناشی از تحریم

ج) c_{13}: گذشتن از آرمان‌های خود و حل تمام مشکلات ناشی از تحریم

د) c_{14}: گذشتن از برخی آرمان‌های خود و حل برخی مشکلات ناشی از تحریم

همچنین نتایج حاصل برای بازیکن -1 برابر $\mathrm{C}_{-1} = \{c_{(-1)1}, c_{(-1)2}, c_{(-1)3}, c_{(-1)4}\}$ می‌باشد که $c_{(-1)j}$ ها به شکل زیر تعریف می‌شوند:

ه) $c_{(-1)1}$: دستیابی به تمام خواسته‌های خود با لغو بعضی از تحریم‌ها

و) $c_{(-1)2}$: دستیابی به تمام خواسته‌های خود با لغو همه تحریم‌ها

ز) $c_{(-1)3}$: دستیابی به برخی خواسته‌های خود و لغو بعضی از تحریم‌ها

الف) $c_{(-1)4}$: دستیابی به برخی از خواسته‌های خود و لغو همه تحریم‌ها.

توجه داشته باشید که نتایج بر اساس خواسته بازیکن اولویت‌بندی شده است. به عنوان مثال بازیکن 1 می‌خواهد با گذشتن از بعضی از آرمان‌های خود مشکلات بیشتری ناشی از تحریم را حل کند، یا بازیکن -1 می‌خواهد به بیشتر خواسته‌های خود دست پیدا کند و بهتر این است که با لغو بعضی از تحریم‌ها به خواسته‌های خود برسد تا همواره تحریم‌هایی را به عنوان اهرم فشار بر بازیکن 1 داشته باشد.

۴) با توجه به عملکردهای متقابل بازیکنان و نتایج معرفی شده درقسمت قبل، توابع g_1 و g_{-1} به شکل زیر تعریف می‌شوند:

الف) $g_1 = \{((a,d),c_{11}),((a,c),c_{12}),((b,d),c_{13}),((b,c),c_{14})$

ب) $g_{-1} = \{((b,c),c_{(-1)1}),((b,d),c_{(-1)2}),((a,c),c_{(-1)3}),((a,d),c_{(-1)4})$.

در توابع بالا نمایش به شکل زوج مرتب می‌باشد که مولفه دوم تصویر مولفه اول است، برای نمونه $g_1\big((a,d)\big) = c_{11}$ است.

۵. با توجه به توابع بالا داریم:

الف) $A^1 = \{(a,d),(a,c),(b,d),(b,c)\}$

ب) $A^{-1}=\{(b,c),(b,d),(a,c),(a,d)\}$.

۶. لذا توابع کاربرد u_1 و u_{-1} به شکل زیر تعریف می‌شود:

الف) $u_1=\{((a,d),4),((a,c),3),((b,d),2),((b,c),1)$

ب) $u_{-1}=\{((b,c),4),((b,d),3),((a,c),2),((a,d),1)$.

۷. با توجه به قسمت قبل ماتریس کاربردها به شکل $X^{(1)}=\begin{bmatrix}3 & 4\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ و $X^{(-1)}=\begin{bmatrix}2 & 1\\ 4 & 3\end{bmatrix}$ می‌باشد.

حال عملکردهای غالب و تعادل‌های بازی را محاسبه می‌کنیم. بیشینه درایه ماتریس $X^{(1)}$ برابر 4 می‌باشد که متناظر با عملکرد a از بازیکن 1 است. از آنجا که برای هر $1\leq j\leq 2$، $X_{1j}^{(1)}=\max\left\{X_{ij}^{(1)}:\ 1\leq i\leq 2\right\}$ می‌باشد، a عملکرد غالب بازیکن 1 است. به طور مشابه به سادگی می‌توان دید که c عملکرد غالب بازیکن -1 می‌باشد. لذا (a,c) نمایه غالب بازی و در نتیجه یک تعادل نش می‌باشد. حال می‌خواهیم تمام تعادل‌های بازی را شناسایی کنیم.

با توجه به ماتریس‌های $X^{(1)}$ و $X^{(-1)}$ برنامه محاسبه تعادل نش را به شکل زیر می‌نویسیم

```
i1 : R=QQ[p,q,pi1,pi2,qi1,qi2];

i2: I=ideal (pi1*(p-3*qi1-4*qi2),pi2*(p-qi1-2*qi2),qi1*(q-2*pi1-4*pi2),qi2*(q-
pi1-3*pi2))

o2 = ideal (p*pi1 - 3pi1*qi1 - 4pi1*qi2, p*pi2 - pi2*qi1 - 2pi2*qi2, q*qi1 -
     ------------------------------------------------------------------------
     2pi1*qi1 - 4pi2*qi1, q*qi2 - pi1*qi2 - 3pi2*qi2)

o2: Ideal of R

i3: decompose (I)

o3 = {ideal (qi1 + qi2, pi1 + pi2, p - qi2, q + 2pi1), ideal (qi2, qi1, p),
     ------------------------------------------------------------------------
     ideal (qi1, pi2, p - 4qi2, q - pi1), ideal (qi2, qi1, pi1, pi2), ideal
     ------------------------------------------------------------------------
     (qi1, pi1, p - 2qi2, q - 3pi2), ideal (qi2, pi2, p - 3qi1, q - 2pi1), ideal
     ------------------------------------------------------------------------
     (qi2, pi1, p - qi1, q - 4pi2), ideal (pi1, pi2, q)}
```

تجزیه بالا به ما کمک می‌کند واریته ایدآل‌ها را به راحتی پیدا کنیم. برای نمونه اولین ایدآل در o3 را در نظر بگیرید. واریته از صفر بودن همه مولدها حاصل می‌شود لذا

q + 2pi1=0 ،p - qi2=0 ،pi1 + pi2=0 ،qi1 + qi2=0.

پس جواب سیستم به شکل (-qi1, -2 pi1, pi1, - pi1, qi1,- qi1) می‌باشد اما جواب در شرایط الگوریتم صدق نمی‌کند زیرا مجموع احتمالات هر راهبرد مخلوط برابر1 است اما در این جواب pi1 + pi2=0 و qi1 + qi2=0 است. در ایدآل دوم نیز داریم qi1= qi2=0 و لذا qi1 + qi2=0. پس جواب حاصل از این ایدآل نیز در شرایط الگوریتم صدق نمی‌کند. در ایدآل سوم نیز داریم pi2=0 و q - pi1=0. در نتیجه pi2=0 و q = pi1. حال با جایگذاری این جواب درعبارات داخل پرانتز در i2 خواهیم دید که بعضی از عبارات داخل پرانتز منفی می‌شوند؛ برای نمونه -q-2*pi1) pi1 -=(4*pi2. لذا ایدآل سوم نیز جوابی بهینه برای سیستم معرفی نمی‌کند. با بررسی همه ایدآل‌ها در o3 خواهیم دید که

(3qi1, 2 pi1, pi1, 0 , qi1, 0)

تنها جواب سیستم است که در شرایط الگوریتم صدق می‌کند. این جواب از ایدآل

ideal (qi2, pi2, p - 3qi1, q - 2pi1)

حاصل می‌شود. در نتیجه تنها تعادل نش بازی راهبرد مخلوط (pi1,0 ,qi1, 0) می‌باشد. با توجه به اینکه مجموع احتمالات هر راهبرد مخلوط برابر1 است داریم :

(pi1, 0 ,qi1, 0)=(1,0,1,0).

پس راهبرد خالص (a,c) تنها تعادل نش بازی است.

بنا بر بند سوم فرایند تصمیم‌گیری، از آنجا که نمایه غالب وجود دارد توان مذاکره کننده‌ها یکسان است. حال بنا بر بند چهارم فرایند تصمیم‌گیری، با توجه به وجود تعادل نش (a,c)، توافق در صورتی حاصل می‌شود که جمهوری اسلامی ایران برخی از خواسته‌های آمریکا را بپذیرد و آمریکا نیز بعضی از تحریم‌ها را لغو کند. به عبارت دیگر توافق به این شکل که ایران تمام خواسته‌های آمریکا را بپذیرد یا آمریکا تمام تحریم‌ها را لغو کند، بسیار مشکل خواهد بود.

نتیجه گیری و پیشنهادها

یک مذاکره را به کمک نظریه بازی‌ها شبیه‌سازی کردیم. در این راستا مذاکره را در چهار مرحله زیر طبقه‌بندی کردیم:

مرحله اول: آماده شدن برای مذاکره

این مرحله را با بازی‌های متناهی مدلسازی کردیم و الگوریتم‌هایی برای محاسبه تعادل نش و عملکردهای غالب ارایه دادیم. در این مرحله با توجه به جواب‌های مدل، آن را حالت‌بندی کردیم.

مرحله دوم: تبادل پیشنهادات

این مرحله را با بازی‌های پویا با اطلاعات کامل مدلسازی کردیم و از درخت‌های بازی برای نمایش مدل‌ها استفاده کردیم.

مرحله سوم: دستیابی به توافق

در این مرحله، مدل‌های مرحله قبل (درخت‌ها) را با فرایند برگشت به عقب حل کردیم و راهبردهای بهینه بازیکنان را بدست آوردیم.

مرحله چهارم: پایان مذاکره

در این مرحله راهبردهای بهینه هر بازیکن را با توجه به حالت مدل معرفی کردیم و با توجه به تفاوت راهبرد دو بازیکن شرایط دستیابی به توافق را ارایه دادیم.

در پایان یک فرایند برای تصمیم‌گیری در یک مذاکره ارایه دادیم و به عنوان مثال، تصمیم‌گیری در مذاکره احتمالی ایران و آمریکا به طور کلی بررسی شد.

به عنوان یک مورد مطالعاتی پیشنهاد می‌شود مذاکره احتمالی ایران و آمریکا با جزئیات بیشتری بررسی شود. برای نمونه با کسب اطلاعات می‌توان خواسته‌های آمریکا و انواع تحریم‌ها را دسته‌بندی کرد و با برآورد کردن نتایج حاصل از پذیرش هر نوع خواسته آمریکا یا لغو هر گونه تحریم به راهبردی بهینه دست یافت.

قدردانی

از داوران محترم به خاطر مطالعه دقیق مقاله و اصلاحات ارایه شده که به بهتر شدن مقاله کمک کرده است نهایت سپاسگزاری را داریم.

منابع

- ابراهیمی، محسن.، آرغا، لیلا. روشنی، کلثوم. و امامی کلائی، معصومه. (۱۳۹۲). *بررسی تحریم بخش نفت و گاز ایران: کاربردی از نظریه بازی ها، کنفرانس بین المللی اقتصاد در شرایط تحریم*، بابلسر، شرکت پژوهشی طرود شمال.
- اسماعیلی، سمانه.، حسن‌پور، حسن. و بیگدلی، حمید. (۱۳۹۹). برنامه‌ریزی الفبایی برای حل بازی امنیتی با عایدی‌های فازی و محاسبه راهبرد فریب بهینه، *فصلنامه آینده پژوهی دفاعی*، ۵ (۱۶): ۸۹-۱۰۸.
- افراشته، اسماعیل. و زارع چاوشی، اکبر. (۱۳۹۹). تخصیص بهینه منابع در جنگ سایبری با رویکرد نظریه بازی در محیط غیرقطعی، دو*فصلنامه بازی جنگ*، ۲ (۶): ۱۵۴- ۱۲۸.

- بیگدلی، حمید. (۱۳۹۸). مدلسازی مسائل جنگ الکترونیک با استفاده از بازی مجموع صفر، *دوفصلنامه‌بازی‌جنگ*، ۲ (۵): ۲۳-۷.
- بیگدلی، حمید. و طیبی، جواد. (۱۳۹۷). روش برنامه‌ریزی ریاضی برای حل و مدل‌سازی سناریوهای نبرد در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی، *فصلنامه آینده پژوهی دفاعی*، ۳ (۹): ۵۶-۳۵.
- رضوی نژاد، سید امین. (۱۳۹۵). بررسی استراتژی های ایران و آمریکا در پسابرجام براساس نظریه بازی‌ها، *پژوهشنامه علوم سیاسی*، ۱۱ (۳): ۱۴۸-۱۲۵.
- Banks, J., Carson, J. S. Nelson, B. L. & Nicol, D. (2010). *Discrete-Event System Simulation*, Upper Saddle River, NJ : Prentice Hall.
- Berwanger, D. (2011). *Introduction to Strategic Games.*
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2018). Constrained Bimatrix Games with Fuzzy Goals and its Application in Nuclear Negotiations, Ir*anian Journal of Numerical Analysis and Optimization*, 8 (1): 81-110.
- Carbonell-Nicolau, O. (2021). Equilibria in infinite games of incomplete information, *International Journal of Game Theory*, 50: 311–360.
- Cox, D., Little, J. L. & O'SHea, D. (1997). *Ideals, Varieties and Algorithems*, Springer Verlag.
- Daskalakis, C., Goldberg , P. W. & Papadimitriou, C. H. (2006). The Complexity of Computing a Nash Equilibrium. s.l. : Proceedings of STOC.
- Greenhalgh, L. (2001). Managing strategic relationships: The key to business success.
- Haywood, O. G. (1954). Military decision and game theory. *2* .
- Haurie, A. & Krawczyk, J. K. (2000). *An Introduction to Dynamic Games.*
- Judd, K. & Yeltekin, S. Y. (2010). Computing Equilibria of Dynamic Games, *DOI: 10.1145/1807406.1807442*.
- Liu, N. (2015). Historical Uses of Game Theory in Battles during the World War II.
- Robinson, T. W. (1970). *Game Theory and Politics: Recent Soviet Views.* Santa monica.
- Sandholm, V. C. (2003). Complexity Results about Nash Equilibria.
- Sturmfels, B. (2002). *Solving Systems of Polynomials Equations*, American Mathematical Society.