تاریخ دریافت: ۱۳۹۷/۰۹/۳۰ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۷/۱۱/۱۷

از صفحه ۳۵ تا صفحه ۵۶

روش برنامه‌ریزی ریاضی برای حل و مدل‌سازی سناریوهای نبرد در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی

حمید بیگدلی*[۱]

جواد طیبی[۲]

چکیده

بازی جنگ یکی از فنون آینده‌پژوهی است که فرماندهان نظامی را در پیش‌بینی تهدیدات احتمالی آینده و نحوه تصمیم‌گیری در موقعیت‌های مختلف آماده می‌کند. سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در استفاده بهینه از نیروی انسانی، تجهیزات و همچنین انتخاب بهترین راهکار در مقابل راهکار حریف مورد استفاده قرار می‌گیرد. فرآیند تصمیم‌گیری در سامانه بازی جنگ شامل تصمیم‌گیرندگان و بازیکنان، عوامل محیطی، اهداف، راهکارها و معیارها است. در این مقاله فرآیند تصمیم‌گیری در سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی شرح داده شده است. به این منظور به بررسی مدل بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ در سطح تاکتیکی و عملیاتی پرداخته شده است. در این مدل از متغیرهای زبانی در تنظیم جدول عایدی بازی استفاده‌شده است. با به‌کارگیری α - برش‌های اعداد فازی، ماتریس عایدی بازی با درایه‌های بازه‌ای به‌دست آمده و عایدی مورد انتظار به‌صورت بازه‌ای و وابسته به α نوشته شده است. با محاسبه امید ریاضی عایدی مورد انتظار، عایدی‌ها به‌صورت قطعی نوشته‌شده است. پس از ارزیابی اهداف و معیارها یک روش برنامه‌ریزی ریاضی برای هریک از بازیکنان پیشنهاد شده است. با حل این مسائل راهکارهای بهینه بازیکنان به دست می‌آید. درنهایت، نحوه مدل‌سازی یک سناریوی نبرد بازی جنگ بیان‌شده و به‌کارگیری و حل این مدل‌ها شرح داده‌شده است.

واژه‌های کلیدی:

آینده‌پژوهی، بازی مجموع صفر، بازی جنگ، نظریه فازی، سناریوی بازی جنگ.

---

[۱]. پژوهشگر پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا

[۲]. استادیار گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی بیرجند

* نویسنده مسئول: Email:hamidbigdeli92@gmail.com

مقدمه

بازی جنگ یک روش حل مسائل تصمیم‌گیری با استفاده از روش‌های ریاضی، مدل‌سازی و شبیه‌سازی است که با توجه به قواعد، داده‌ها و فرآیندهای از پیش تعیین‌شده یا تصادفی از ابعاد منتخب یک سناریو تعریف می‌گردد. بازی جنگ برگرفته از یک وضعیت حقیقی و یک نبرد مبتنی بر ایده فرمانده است تا اینکه یک میدان عمل برای مهارت و تجربه موردنیاز در هدایت و مدیریت جنگ را فراهم کند و یک میدان آزمایشی برای آزمودن طرح‌های راهبردی، عملیاتی و تاکتیکی است. بازی جنگ یکی از فنون آینده‌پژوهی است و فرماندهان نظامی در جنبه‌هایی نظیر شناخت دشمن، بررسی راهکارهای ممکن و نتایج به‌کارگیری آن‌ها، غافلگیری‌ها و ... از آن استفاده می‌کنند. بازی جنگ رویکردی کارآمد در پیش‌بینی و شناسایی تهدیدات احتمالی آینده است و به آمادگی فرماندهان نظامی در بررسی رویارویی با این تهدیدات کمک می‌کند. یکی از اهداف بازی جنگ آموزش روش‌های تصمیم‌گیری در موقعیت‌های مختلف نبرد است.

مسائل تصمیم‌گیری نظامی شامل عدم قطعیت و پیچیدگی است. برای بررسی موقعیت‌های پیچیده نبرد استفاده از مدل‌های نظریه بازی مفید به نظر می‌رسد. نظریه بازی شاخه‌ای از تحقیق در عملیات محسوب می‌شود که رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت با اهداف متضاد برای بازیکنان را مورد بررسی قرار می‌دهد. محبوبیت نظریه بازی در میان رشته‌های مختلف ازجمله علوم نظامی، اقتصاد، زیست‌شناسی، علوم سیاسی، علوم رایانه، مهندسی برق، کسب‌وکار، حقوق و سیاست عمومی در حال افزایش است.

طبقه‌بندی‌های مختلفی برای مسائل بازی در نظریه بازی‌ها ارائه می‌شود. یکی از این دسته‌بندی‌ها بر اساس همکاری یا عدم همکاری بازیکنان در بازی می‌باشد. لذا مسائل بازی را می‌توان در دو دسته مهم طبقه‌بندی کرد: بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه. بازی‌های غیرهمکارانه به بازی‌هایی اطلاق می‌شود که بین بازیکنان هیچ‌گونه همکاری وجود ندارد. البته در برخی موارد از این بازی‌ها ممکن است همکاری جزئی صورت گیرد ولی درنهایت بازیکنان راهبرد خود را بدون همکاری انتخاب می‌کنند. بازی‌های غیره همکارانه شامل دو نوع بازی مجموع صفر و مجموع ناصفر است که بازی‌های مجموع صفر بحث اصلی این مقاله می‌باشد. بازی مجموع صفر برای مدل‌سازی بازی‌های کاملاً رقابتی مورداستفاده قرار می‌گیرد. لذا این نوع بازی‌ها کاربرد زیادی در مدل‌سازی صحنه‌های نبرد دارد. دربازی‌های مجموع صفر همان مقدار که یک بازیکن عایدی دریافت می‌کند بازیکن دیگر از دست می‌دهد. درواقع در این نوع

بازی‌ها عایدی بازیکنان قرینه یکدیگر است. ولی دربازی‌های مجموع ناصفر تمامی عایدی‌ها قرینه هم نیستند.

در مدل‌سازی بازی از قضاوت کارشناسان خبره در اعمال عایدی‌های بازیکنان برای هر پیامد بازی استفاده می‌شود. در کاربردهای جهان واقعی، برآورد مقدار عایدی‌ها به دلیل فهم مبهم کارشناسان و اطلاعات نادقیق آن‌ها، میسر نیست. برای مدل‌سازی این عدم قطعیت‌ها استفاده از نظریه فازی پیشنهاد می‌شود. در این مقاله، یک روش برای حل مسأله بازی مجموع صفر فازی ارائه شده است. برای حل این مسأله از α- برش‌های اعداد فازی استفاده شده است. لذا عایدی مورد انتظار بازیکنان به‌صورت رابطه‌ای برحسب α حاصل‌شده است. با محاسبه امید ریاضی این رابطه، عایدی مورد انتظار بازیکنان به‌صورت قطعی نوشته شده است. سپس برای محاسبه راهبرد بهینه بازیکنان یک مسأله برنامه‌ریزی خطی برای هر یک از بازیکنان معرفی‌شده است. پس از ارائه مسأله برنامه‌ریزی خطی برای هر یک از بازیکنان فرآیند تصمیم‌گیری در موقعیت‌های مختلف در سناریوهای بازی جنگ شرح داده شده است. در ادامه به نحوه مدل‌سازی بازی و به‌کارگیری مدل برنامه‌ریزی دریافتن راهکار بهینه در یک سناریوی بازی جنگ پرداخته‌شده است.

مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این بخش مقدماتی از مفاهیم بازی جنگ، مجموعه‌های فازی و بازی‌های مجموع صفر که موردنیاز بخش‌های آتی است، مرور می‌شود.

بازی جنگ

بازی جنگ یک روش تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری و حل مسائل در محیط تعاملی، تنازع یا همکاری است که در آن‌طرف‌های تصمیم‌گیری تلاش می‌کنند با استفاده از روش‌های محاسباتی و تحقیقاتی داده‌های جمع‌آوری‌شده را تحلیل نظری و تجربی نموده و بر اساس آن گزینه‌های مختلف را آزمون و پردازش کرده و گزینه بهینه تصمیم را انتخاب نمایند. روش هر بازی جنگ شامل هشت مرحله است:

۱) تهیه سناریوی تمرین

۲) بازی‌وارسازی تمرین

۳) تهیه سناریوی بازی جنگ

۴) تهیه برآوردهای بازی جنگ مبتنی بر سناریو (اطلاعات، عملیات، آماد و پش، سایر موارد)
۵) تهیه طرح‌های بازی جنگ
۶) تهیه طرح ارزیابی و کنترل بازی جنگ
۷) اجرای بازی جنگ
۸) ارزیابی و مستندسازی (Mchugh et al., 1969).

سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ

این بخش از سامانه بازی جنگ اغلب شامل روش‌های محاسباتی است که به فرماندهان در تصمیم‌گیری و انتخاب راهکار کمک می‌کند. این بخش از سامانه می‌تواند شامل روش‌های تصمیم‌گیری چند شاخصه، چندهدفی و نظریه بازی باشد. در این مقاله به نقش نظریه بازی در محیط عدم قطعیت در این سامانه پرداخته می‌شود.

بازی مجموع صفر

این نوع از بازی‌های غیرهمکارانه کاملاً رقابتی هستند، به‌عبارت‌دیگر زمانی که یک بازیکن مقداری دریافت می‌کند بازیکن دیگر به همان میزان از دست می‌دهد. در ادامه تعریف ریاضی بازی مجموع صفر ارائه می‌گردد.

تعریف: فرض کنید $I=\{1,...,m\}$ و $J=\{1,...,n\}$, به ترتیب مجموعه راهبردهای محض بازیکنان آبی و قرمز و f_1 و f_2 توابع عایدی بازیکنان آبی و قرمز باشند. وقتی بازیکن آبی راهبرد محض $i\in I$ و بازیکن قرمز راهبرد محض $j\in J$ را انتخاب می‌کند، $f_1(i,j)$ و $f_2(i,j)$ به ترتیب عایدی‌های بازیکنان آبی و قرمز هستند. اگر

$$\forall i\in I, \forall j\in J \quad f_1(i,j)+f_2(i,j)=0$$

بازی را مجموع صفر می‌نامند. با تعریف $a_{ij}=f_1(i,j)=-f_2(i,j)$ بازی مجموع صفر در شکل نرمال را می‌توان توسط یک ماتریس به‌صورت زیر نشان داد:

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \vdots \quad \ddots \quad \vdots \\ a_{m1} \dots a_{mn} \end{bmatrix}$$

راهبردهای محض بازیکن آبی و قرمز به ترتیب در سطرها و ستون‌های ماتریس نمایش داده می‌شود و این ماتریس، ماتریس عایدی بازی نام دارد. به همین دلیل بازی مجموع صفر دو نفره

را بازی ماتریسی نیز می‌نامند. راهبردهای آمیخته بازیکنان آبی و قرمز از طریق توزیع‌های احتمال تعریف‌شده روی راهبردهای محض تعریف می‌گردد که به ترتیب به‌صورت زیر هستند:

$$X=\left\{\mathrm{x}\in \mathrm{R}^m \mid \sum_{i=۱}^{m} x_i=۱, x_i\geq ۰, i=۱,\dots,m\right\},$$

$$Y=\left\{y\in \mathrm{R}^n \mid \sum_{j=۱}^{n} y_j=۱, y_j\geq ۰, j=۱,\dots,n\right\}.$$

در این مقاله فرض می‌کنیم که بازیکن آبی بیشینه کننده و بازیکن قرمز کمینه کننده است. زمانی که بازیکنان آبی و قرمز به ترتیب راهبردهای آمیخته $x\in X$ و $y\in Y$ را انتخاب می‌کنند، عایدی مورد انتظار آن‌ها به ترتیب $x^T Ay$ و $-x^T Ay$ خواهد بود. زوج راهبردهای $\left(\mathrm{x}^*,\mathrm{y}^*\right)$ که در رابطه زیر صدق کنند را نقطه تعادل بازی مجموع صفر دو نفره گویند.

$$\max_{x\in X}\min_{y\in Y} x^T Ay=\min_{y\in Y}\max_{x\in X} x^T Ay$$

مفاهیم اولیه مجموعه‌های فازی

یک مجموعه فازی به‌صورت زیرمجموعه $\tilde{a}$ از مجموعه مرجع X با تابع عضویت $\mu_{\tilde{a}}: X\rightarrow[0,1]$ تعریف می‌شود که به هر عنصر $x\in X$ یک عدد حقیقی $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)$ از بازه $[0,1]$ تخصیص می‌دهد.

مجموعه فازی $\tilde{a}$ از مجموعه اعداد حقیقی را که تابع عضویت آن $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)$ در شرایط زیر صدق کند، یک عدد فازی گویند.

۱) $\mu_{\tilde{a}}: X\rightarrow\mathbb{R}$ یک تابع نیمه‌پیوسته باشد.

۲) در خارج از بازه‌ای مانند $[a,d]$، $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)=0$.

۳) اعدادی حقیقی مانند b,c موجود باشند به‌طوری‌که $a\leq b\leq c\leq d$ و

الف) $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)$ در $[a,b]$ صعودی باشد،

ب) $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)$ در $[c,d]$ نزولی باشد،

ج) در $[b,c]$، $\mu_{\tilde{a}}\left(x\right)=1$ (Sakawa, 1993).

برای هر $\alpha\in(0,1]$، α-برش مجموعه فازی $\tilde{a}$ که با $\tilde{a}_\alpha$ نمایش داده می‌شود یک مجموعه معمولی است که به‌صورت $\tilde{a}_\alpha=\left\{x \mid \mu_{\tilde{a}}\left(x\right)\geq\alpha\right\}$ تعریف می‌شود و چنانچه $\alpha=0$، $\tilde{a}_0$ به‌صورت $cl\left\{x \mid \mu_{\tilde{a}}(x)>0\right\}$ تعریف می‌شود که cl به معنی بستار مجموعه است. تکیه‌گاه $\tilde{a}$ که با $Supp\left(\tilde{a}\right)$ نمایش داده می‌شود، مجموعه تمام نقاط $x\in X$ است که

$\mu_{\tilde{a}}(x)>0$. هر α- برش عدد فازی $\tilde{a}$ یک بازه‌ی بسته به‌صورت $\left[a_\alpha^L, a_\alpha^R\right]$ است که در آن

$$a_\alpha^L = inf\ \{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\},\ a_\alpha^R = sup\{x \in \mathbb{R} \mid \mu_{\tilde{a}}(x) \geq \alpha\}.$$

عدد فازی مثلثی $\tilde{a}=\left(a^l, a^m, a^r\right)$، یک عدد فازی خاص است که تابع عضویت آن به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\mu_{\tilde{a}}(x)=\begin{cases} \dfrac{(x-a^l)}{(a^m-a^l)} & a^l \leq x \leq a^m \\ \dfrac{(a^r-x)}{(a^r-a^m)} & a^m \leq x \leq a^r \\ 0 & otherwise \end{cases}$$

که در آن a^m نقطه میانی و a^l و a^r به ترتیب نقاط انتهایی چپ و راست $Supp\left(\tilde{a}\right)$ می‌باشند. α-برش عدد فازی مثلثی به‌صورت بازه بسته $\left[a_\alpha^L, a_\alpha^R\right]$ است که

$$a_\alpha^L = (a^m - a^l)\alpha + a^l,$$
$$a_\alpha^R = -(a^r - a^m)\alpha + a^r.$$

از رابطه‌ی فوق به‌سادگی نتیجه می‌شود که هر عدد فازی مثلثی را می‌توان مستقیماً از ۰-برش و ۱- برش آن به دست آورد. درواقع $\left[a_\alpha^L, a_\alpha^R\right] = \alpha\tilde{a}_1 + \left(1-\alpha\right)\tilde{a}_0$.

در حساب بازه‌ها برای دو بازه بسته $A=[a_1,b_1]$ و $B=[a_2,b_2]$ داریم:

۱) $A+B=[a_1+a_2, b_1+b_2]$

۲) $A-B=[a_1-b_2, b_1-a_2]$

۳) قرینه $A=[a_1,b_1]$ به‌صورت $-A=[-b_1,-a_1]$ است.

۴) اگر $A=[a_1,b_1]$ یک بازه بسته در مجموعه اعداد حقیقی نامنفی باشد و $k \geq 0$ آنگاه $kA=[ka_1, kb_1]$.

متغیرهای زبانی

متغیر زبانی متغیری است که می‌تواند واژگان زبان طبیعی را به‌صورت یک مقدار بپذیرد. به‌کارگیری مفهوم متغیر زبانی ما را قادر می‌سازد که مفاهیم مبهم و دارای عدم قطعیت موجود در زبان طبیعی را به‌عنوان عبارات ریاضی بیان نماییم.

به‌عنوان یک مثال، فرض کنید متغیر زبانی طول قد باشد. عبارات این متغیر زبانی که هرکدام یک مجموعه فازی هستند را می‌توان به‌صورت بلند، کوتاه، خیلی بلند، خیلی کوتاه و ... بیان کرد. طبق قاعده‌ای که توسط فرد خبره مشخص می‌شود به هر عبارت یک تابع عضویت نسبت داده می‌شود. برای فرموله‌سازی هر عبارت می‌توان از اعداد فازی استفاده کرد. برای جزییات بیشتر در این رابطه به (Sakawa, 1993) رجوع شود.

در تشریح خروجی راهکارهای بازی، قضاوت‌های انسانی به‌قدری مبهم هستند که امکان نمایش آن‌ها با اعداد دقیق وجود ندارد. به‌طورکلی اطلاعات دقیق برای مدل‌سازی موقعیت‌های واقعی ناکافی هستند. متغیرهای زبانی در مسائل تصمیم با موقعیت‌های پیچیده که بابیان کمی مرسوم قابل‌تعریف نیستند مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این‌گونه مسائل معمولاً رتبه‌بندی و وزن دهی به معیارها را می‌توان با کمک متغیرهای زبانی انجام داد (Aplak et al., 2014).

پیشینه پژوهش

وان نیومن و مورگنسترن[1]، اولین کسانی بودند که نظریه بازی‌ها را گسترش داده و کتاب نظریه بازی و رفتار اقتصادی را تألیف و منتشر کردند (Neumann, 1944). پس از انتشار این کتاب نظریه بازی به‌سرعت رشد یافت و کاربردهای وسیعی در علوم مختلف پیدا کرد. سرهنگ الیور هایوود[2] (Haywood, 1989) در مقاله خود اهمیت نظریه بازی را در تصمیم‌گیری فرماندهی نشان داد. او نبردهای مختلفی از جنگ جهانی دوم را از دید نظریه بازی بررسی کرد و نتیجه گرفت که تصمیم دکترین نظامی مشابه با جواب به‌دست‌آمده از نظریه بازی است. استفاده از نظریه بازی‌ها برای تحلیل مسائل نظامی و به‌ویژه بازی جنگ توسط نویسندگان مختلفی موردمطالعه قرارگرفته است. به‌عنوان نمونه براینلسون[3] از نظریه بازی‌ها در سامانه پشتیبان تصمیم فرماندهی و کنترل استفاده کرد و سناریوی بازی جنگ را به‌صورت یک بازی در فرم گسترده مدل‌سازی و حل کرد (Brynielsson, 2006). گیلارم[4] و همکارانش قالب نظریه بازی را برای تشخیص طرح دشمن به کاربردند و از بازی‌های مارکف در مدل‌سازی مسائل طرح‌ریزی استفاده کردند (Guillarme et al.,2015). سناریوهای دزد و پلیس (Gatti, 2008)، سیستم دفاع موشکی ضدبالستیک (Brown et al., 2005) و تروریسم (Sandler and A.M, 2003)

---

1. Von Neumann and Morgenstern
2. Oliver Haywood
3. Brynielsson
4. Guillarme

ازجمله مقالات موردنظر درزمینه دفاعی و امنیتی هستند. اپلاک[1] و همکارانش از بازی مجموع صفر فازی در مدل‌سازی فرآیند تصمیم‌گیری در موقعیت‌های نبرد استفاده کردند. آن‌ها یک روش بر اساس رتبه‌بندی اعداد فازی برای حل این مسائل ارائه دادند (Aplak et al., 2014).

بیگدلی و همکاران بازی‌های ماتریسی و دوماتریسی را در محیط فازی موردبررسی قراردادند و موقعیت آورانشه در جنگ جهانی دوم را به‌صورت یک بازی ماتریسی با عایدی‌های فازی مدل‌سازی کرده و نشان دادند که راهبردهای به‌دست‌آمده از روش پیشنهادی با تصمیم دکترین آمریکا مطابقت دارد (Bigdeli and Hassanpour, 2016; Bigdeli et al., 2016). همچنین بازی مذاکرات هسته‌ای بین دو کشور را به‌صورت یک بازی دوماتریسی چندهدفی مدل‌سازی کرده و یک روش برای محاسبه نقاط تعادل کارای ضعیف آن ارائه دادند (Bigdeli et al., 2018). در مقاله (Bigdeli and Hassanpour, 2016) به بررسی بازی‌های چند هدفی در محیط قطعی پرداختند و از روش برنامه‌ریزی آرمانی در محاسبه راهبرد بهینه مدافع استفاده کردند. آن‌ها در مقاله دیگری علاوه بر ارائه یک روش حل بازی‌های امنیتی چندهدفی با عایدی‌های فازی، کاربردی از این مدل را در ایجاد امنیت در ایستگاه‌های مترو ارائه دادند (Bigdeli et al., 2018). در آن مقاله با استفاده از عملگر تقریب نزدیک‌ترین بازه اعداد فازی، مدل بازی امنیتی فازی به مدل بازه‌ای تبدیل‌شده و به کمک شرایط کاروش کان تاکر در مسائل بازه‌ای راهبرد بهینه مدافع محاسبه می‌شود.

روش‌شناسی پژوهش

ارائه یک روش برای حل بازی مجموع صفر فازی با چند هدف

با توجه به اینکه مدل سناریوی نبرد مطرح‌شده در بخش بعد به‌صورت یک بازی مجموع صفر چند هدفی است، لذا در این بخش بازی مجموع صفر چند هدفی با عایدی‌های فازی را بررسی کرده و یک روش برای حل این نوع از بازی‌ها ارائه می‌دهیم. فرض کنید هرکدام از دو بازیکن آبی و قرمز p هدف مختلف داشته باشد. ماتریس‌های عایدی فازی چندگانه زیر نمایش‌دهنده بازی چند هدفی با عایدی‌های فازی هستند:

---

[1]. Aplak

$$\tilde{A}^{1}=\begin{bmatrix}\tilde{a}_{11}^{1}\ldots\tilde{a}_{1n}^{1}\\ \vdots\ \ \ddots\ \ \vdots\\ \tilde{a}_{m1}^{1}\ldots\tilde{a}_{mn}^{1}\end{bmatrix},\ \ldots\ ,\tilde{A}^{p}=\begin{bmatrix}\tilde{a}_{11}^{p}\ldots\tilde{a}_{1n}^{p}\\ \vdots\ \ \ddots\ \ \vdots\\ \tilde{a}_{m1}^{p}\ldots\tilde{a}_{mn}^{p}\end{bmatrix} \qquad (1)$$

که در آن $\tilde{A}^{k}$ ماتریس عایدی هدف kام بازی است و فرض می‌کنیم که درایه‌های ماتریس‌های عایدی اعداد فازی مثلثی باشند.

اگر بازیکن آبی و قرمز به ترتیب راهبردهای iام و jام را انتخاب کنند، $\tilde{a}_{ij}^{k}$ عایدی بازیکن آبی و $-\tilde{a}_{ij}^{k}$ عایدی بازیکن قرمز از هدف kام خواهد بود.

برای بررسی این بازی ماتریسی با عایدی‌های فازی، ابتدا α- برش هر عدد فازی را به دست می‌آوریم. با این کار مسأله بازی چند هدفی با عایدی‌های فازی به ازای هر $0\le\alpha\le 1$ به مسأله بازی چند هدفی با عایدی‌های بازه‌ای ($A_{\alpha}^{1},A_{\alpha}^{2},\ldots,A_{\alpha}^{p}$) تبدیل می‌شود. سپس بازیکنان اهمیت هر هدف ($w_1,w_2,\ldots,w_p$) را مشخص می‌کنند. به‌این منظور می‌توان از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه استفاده کرد. این کار می‌تواند توسط بازیکن آبی و قرمز به‌صورت جداگانه صورت گیرد. در این مقاله مسأله از دید بازیکن آبی موردبررسی قرار می‌گیرد. بنابراین یک بازی تک‌هدفی با عایدی‌های بازه‌ای به ازای هر α به دست می‌آید. ماتریس عایدی بازی به‌صورت زیر می‌شود:

$$A_{\alpha}^{w}=w_1A_{\alpha}^{1}+w_2A_{\alpha}^{2}+\ldots+w_pA_{\alpha}^{p}$$

اکنون با انتخاب راهبردهای $x\in X$ و $y\in Y$ به ترتیب توسط بازیکنان آبی و قرمز، عایدی مورد انتظار بازی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$v\left(\mathrm{x},\mathrm{y}\right)=x^{T}A_{\alpha}^{w}y=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}x_i\,(a_{ij})_{\alpha}^{w}\,y_j=\left[\mathrm{x}^{T}A_{\alpha}^{wL}\,\mathrm{y},\mathrm{x}^{T}A_{\alpha}^{wR}\,\mathrm{y}\right] \qquad (2)$$

که در آن

$$A_{\alpha}^{wL}=\left[(a_{ij})_{\alpha}^{wL}\right]_{m\times n},\ A_{\alpha}^{wR}=\left[(a_{ij})_{\alpha}^{wR}\right]_{m\times n}$$

و

$$(a_{ij})_{\alpha}^{wL}=(a_{ij}^{m}-a_{ij}^{l})\alpha+a_{ij}^{l},$$
$$.(a_{ij})_{\alpha}^{wR}=-(a_{ij}^{r}-a_{ij}^{m})\alpha+a_{ij}^{r}$$

همان‌گونه که ملاحظه می‌شود عایدی مورد انتظار وابسته به α است. برای رسیدن به یک مدل مشخص نیاز است تا تأثیر α را از میان برداریم. با توجه به اینکه می‌توان α را به‌عنوان

یک مقدار احتمال در انتخاب هر عایدی توسط بازیکنان در نظر گرفت، لذا طبق تعریف امید ریاضی مقدار مورد انتظار برای دستیابی به یک عایدی بازیکن آبی به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} E(v(x,y)) &= \int_0^1 \alpha \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_i [(a_{ij})_\alpha^{wL}, (a_{ij})_\alpha^{wR}] y_j \, d\alpha \\ &= \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_i \int_0^1 \alpha [(a_{ij})_\alpha^{wL}, (a_{ij})_\alpha^{wR}] d\alpha \, y_j \\ &= \sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m} x_i [(\hat{a}_{ij})^{wL}, (\hat{a}_{ij})^{wR}] y_j \end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن

$$(\hat{a}_{ij})^{wL} = \frac{1}{3}(a_{ij}^m - a_{ij}^l) + \frac{1}{2}a_{ij}^l = \frac{1}{3}a_{ij}^m + \frac{1}{6}a_{ij}^l,$$
$$(\hat{a}_{ij})^{wR} = \frac{1}{3}(-a_{ij}^r + a_{ij}^m) + \frac{1}{2}a_{ij}^r = \frac{1}{3}a_{ij}^m + \frac{1}{6}a_{ij}^r.$$

بازیکن آبی (بیشینه‌کننده) باید راهبرد خود را چنان انتخاب کند که بیشترین عایدی را در مقابل هر راهبرد $y \in Y$ از بازیکن قرمز (کمینه‌کننده) کسب کند. بازیکن قرمز نیز به طریق مشابه عمل خواهد کرد. بنابراین با توجه به این رفتار منطقی، سطح امنیت هر بازیکن را بدترین مقدار سود دریافتی آن بازیکن با انتخاب هر راهبردی از سوی بازیکن دیگر تعریف می‌کنیم. سطح امنیت بازیکن آبی به‌صورت زیر است.

$$v(\mathrm{x}) = \min_{y \in Y} x^T \hat{A}^w y = \min_{y \in Y}\left[\mathrm{x}^T \hat{\mathrm{A}}^{wL}\mathrm{y}, \mathrm{x}^T \hat{\mathrm{A}}^{wR}\mathrm{y}\right] \tag{۴}$$

که $\hat{\mathrm{A}}^{wL} = \left[(\hat{a}_{ij})^{wL}\right]_{m\times n}$ و $\hat{\mathrm{A}}^{wL} = \left[(\hat{a}_{ij})^{wL}\right]_{m\times n}$.

بازیکن آبی باید راهبرد x را طوری انتخاب کند که $v(\mathrm{x})$را بیشینه سازد و عایدی

$$v_I = \max_{x \in X}\min_{y \in Y} x^T \hat{\mathrm{A}}^w y = \max_{x \in X}\min_{y \in Y}\left[\mathrm{x}^T \hat{\mathrm{A}}^{wL}\mathrm{y}, \mathrm{x}^T \hat{\mathrm{A}}^{wR}\mathrm{y}\right] \tag{۵}$$

را به دست آورد.

در مسائل تصمیم‌گیری نظامی سطح امنیت بااحتیاط و عاقلانه انتخاب می‌شود. لذا بازیکن آبی با این فرض که بازیکن قرمز به دنبال انتخاب راهبردی برای حداقل کردن میزان موفقیت او است، راهبرد خود را انتخاب می‌کند. بنابراین بازیکن آبی فرض می‌کند که بازیکن قرمز درصدد

انتخاب راهبرد برای کمینه‌سازی حداقل میزان عایدی مورد انتظار (کران چپ عایدی مورد انتظار) است. لذا مسأله فوق به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود.

$$\max_{x \in X} \min_{y \in Y} x^T \ \hat{A}^{wL} \ y \ . \qquad (۶)$$

جواب بهینه به‌دست‌آمده از حل این مسأله را به‌عنوان جواب بهینه بازیکن آبی از مسأله بازی مجموع صفر چندهدفی با عایدی‌های فازی تعریف می‌کنیم (به‌طور مشابه می‌توان جواب بهینه بازیکن قرمز را تعریف کرد).

از اینکه مسأله $\min_{y \in Y} x^T \ \hat{A}^{wL} \ y$ یک مسأله برنامه‌ریزی خطی است پس جواب بهینه دریکی از نقاط رأسی ناحیه شدنی واقع می‌شود. از طرف دیگر، هر نقطه رأسی Y یک راهبرد محض آن است پس با استفاده از این خاصیت و روش تبدیل مسائل مینیماکس به مسائل خطی، مسأله زیر را خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} &\max \ \underline{v} \\ &s.t. \quad \sum_{i=۱}^{m} (\hat{a}_{ij})^{wL} x_i \geq \underline{v} \quad j = ۱,\dots,n, \\ &\qquad \sum_{i=۱}^{m} x_i = ۱, \\ &\qquad x_i \geq ۰ \quad i = ۱,\dots,m. \end{aligned} \qquad (۷)$$

فرض کنید $x_i^{'} = \dfrac{x_i}{\underline{v}}$. بدون از دست دادن کلیت مسأله، فرض کنید $\underline{v}_\alpha > ۰$ (می‌توان یک مقدار به‌اندازه کافی بزرگ را به تمام عایدی‌های ماتریس اضافه کرد تا این فرض بدون تغییر جواب بهینه برقرار گردد.). در این صورت $x_i^{'} \geq ۰$ و $\sum_{i=۱}^{m} x_i^{'} = \sum_{i=۱}^{m} \dfrac{x_i}{\underline{v}} = \dfrac{۱}{\underline{v}}$. بنابراین مسأله فوق را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\begin{aligned} &\min \ \sum_{i=۱}^{m} x_i^{'} \\ &s.t. \quad \sum_{i=۱}^{m} (\hat{a}_{ij})^{wL} x_i^{'} \geq ۱ \quad j = ۱,\dots,\mathrm{n}, \\ &\qquad x_i^{'} \geq ۰ \quad i = ۱,\dots,m. \end{aligned} \qquad (۸)$$

جواب بهینه مسأله فوق را می‌توان به روش سیمپلکس به دست آورد. ارزش این بازی $\underline{v}^*$ و راهبرد بهینه x_i^* بازیکن آبی از روابط

$$x_i^* = x_i^{'*}\underline{v}^* \text{ و } \underline{v}^* = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} x_i^{'*}} \qquad (9)$$

به دست می‌آیند، که $\left(x_1^{'*},\dots,x_m^{'*}\right)$ جواب بهینه مسأله برنامه‌ریزی خطی (۸) است.

مشابه روش مذکور، تصمیم‌گیری برای بازیکن قرمز بااحتیاط خواهد بود. لذا بازیکن قرمز با این فرض که بازیکن آبی به دنبال رسیدن به بیشترین موفقیت است، راهبرد خود را انتخاب خواهد کرد. برای محاسبه ارزش بازی برای بازیکن قرمز $\overline{w}^*$ و راهبرد بهینه متناظر آن y_j^*، مسأله زیر پیشنهاد می‌شود.

$$\begin{aligned} \max \ & \sum_{j=1}^{n} y_j^{'} \\ s.t. \ & \sum_{j=1}^{n} (\hat{a}_{ij})^{wR} y_j^{'} \le 1 \quad i=1,\dots,m, \\ & y_j^{'} \ge 0 \quad j=1,\dots,n, \end{aligned} \qquad (10)$$

که در آن

$$\sum_{j=1}^{n} y_j^{'} = \frac{1}{\overline{w}} \text{ و } y_j^{'} = \frac{y_j}{\overline{w}}$$

گزاره: ارزش بازی بازیکن آبی ($\underline{v}^*$) کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی بازیکن قرمز $\overline{w}^*$ است.

اثبات: دوگان مسأله برنامه‌ریزی خطی (۸) را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \max \ & \sum_{j=1}^{n} y_j^{'} \\ s.t. \ & \sum_{j=1}^{n} (\hat{a}_{ij})^{wL} y_j^{'} \le 1 \quad i=1,\dots,m, \\ & y_j^{'} \ge 0 \quad j=1,\dots,n. \end{aligned}$$

با توجه به اینکه تفاوت مسأله (۱۰) و مسأله دوگان تنها در ضرایب محدودیت‌ها است و ضرایب مسأله دوگان کوچک‌تر یا مساوی ضرایب مسأله (۱۰) می‌باشد، یعنی $(\hat{a}_{ij})^{wL} \le (\hat{a}_{ij})^{wR}$، بنابراین ناحیه شدنی مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی ناحیه شدنی مسأله

دوگان است. لذا مقدار بهینه مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی مقدار بهینه مسأله دوگان است. همچنین از قضیه قوی دوگان مقادیر بهینه مسائل اولیه و دوگان باهم برابرند. بنابراین مقدار بهینه مسأله (۱۰) کوچک‌تر یا مساوی مقدار بهینه مسأله (۸) است، یعنی $\sum_{i=1}^{m} x_i'^{*} \geq \sum_{j=1}^{n} y_j'^{*}$.

لذا $\underline{v}^{*} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} x_i'^{*}} \leq \overline{w}^{*} = \frac{1}{\sum_{j=1}^{n} y_j'^{*}}$. پس گزاره برقرار است.

استفاده از مدل بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ

در این بخش به نحوه به‌کارگیری و مدل‌سازی بازی‌های مجموع صفر فازی در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ پرداخته می‌شود. فرآیند تصمیم‌گیری در یک موقعیت خاص از سناریوی بازی جنگ شامل مراحل زیر است (Aplak et al., 2014):

۱) تحلیل موقعیت
۲) تعیین هدف و راهبرد
۳) ارزیابی اهداف
۴) ارزیابی راهبردها برای هر هدف به کمک متغیرهای زبانی
۵) تبدیل ماتریس عایدی
۶) حل و تصمیم بهینه
۷) تفسیر جواب و بیان میزان موفقیت یا شکست با استفاده از متغیرهای زبانی.

در این بخش یک سناریوی نبرد تاکتیکی فرضی موردبررسی قرار می‌گیرد. توجه داشته باشید که کلمه راهبرد[1] به‌کاررفته در نظریه بازی می‌تواند به معنای تاکتیک، راهکار یا راهبرد نظامی اطلاق شود.

با توجه به سناریو، نیروهای آبی در موقعیت حمله و نیروهای قرمز در موقعیت دفاع از زمین هستند. عوامل محیطی شامل شرایط آب و هوایی و نوع زمین در نظر گرفته‌شده است.

مرحله ۱) تحلیل موقعیت: در فرآیند تصمیم‌گیری نظامی تحلیل موقعیت اهمیت حیاتی برای پیدا کردن بهترین اقدام دارد. این گام شامل آگاهی از وضعیت و ارزیابی تمام عوامل محیطی است.

---

1. Strategy

مرحله ۲) تعیین اهداف و راهبردها: پس از شناسایی موقعیت، به تحلیل و بیان مأموریت پرداخته می‌شود. بخش مهم تحلیل شرح اهداف و راهکارها است. فرض کنید در این سناریو اهداف نیروهای آبی به‌صورت زیر بیان گردد:

۱) بیشینه‌سازی تلفات نیروهای قرمز

۲) تسخیر زمین نیروهای قرمز

۳) کمینه‌سازی تلفات نیروی انسانی، سلاح و تجهیزات.

درحالی‌که نیروهای آبی به دنبال بیشینه‌سازی تحقق این اهداف هستند از طرف دیگر نیروهای قرمز به دنبال کمینه‌سازی آن‌ها می‌باشند. فرض کنید بازیکنان آبی و قرمز پس از دریافت اطلاعات و بررسی موقعیت، راهکارهای خود برای رسیدن به اهداف را به‌صورت زیر ارائه دهند:

راهکارهای آبی:

۱) حمله از جناح چپ

۲) حمله از جناح راست

۳) حمله به قلب دشمن

۴) حمله توسط نیروهای هوایی

راهکارهای قرمز:

۱) دفاع از جناح راست

۲) دفاع از جناح چپ

۳) دفاع از مرکز

مرحله ۳) ارزیابی اهداف: در این مرحله تصمیم‌گیرندگان اهداف را با توجه به اطلاعات و هدف مأموریت مورد ارزیابی قرار می‌دهند. فرض کنید در این سناریو سه هدف برای بازیکنان دارای درجه اهمیت یکسان و برابر $\frac{1}{3}$ باشند. توجه داشته باشید که در این مرحله نیز می‌توان از متغیرهای زبانی برای مقایسه اهداف استفاده کرد.

مرحله ۴) ارزیابی راهبردها برای هر هدف با استفاده از متغیرهای زبانی: در این مرحله با نوشتن راهبردهای دو بازیکن آبی و قرمز به ترتیب در سطرها و ستون‌های جدول بازی، تصمیم‌گیرندگان به مقایسه خروجی حاصل از راهبردها می‌پردازند. برای مقایسه از متغیرهای زبانی استفاده می‌شود. این مقایسه توسط فرماندهان و تصمیم‌گیرندگان صورت خواهد گرفت.

به‌عنوان نمونه فرمانده آبی با توجه به تجربه و اطلاعات به‌دست‌آمده و تحلیل ذهنی بررسی می‌کند که اگر راهبرد اول خود را انتخاب کند و بازیکن قرمز نیز راهبرد اول را انتخاب کند نتیجه نبرد به چه صورت خواهد بود (موفق، ناموفق و ...). برای بیان نتیجه، متغیرهای زبانی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که در بازی جنگ برای بیان متغیر زبانی، تحلیل راهبردها توسط گروهی از تصمیم‌گیرندگان خبره انجام می‌گیرد. در این مقاله متغیرهای زبانی با استفاده از اعداد فازی مثلثی نمایش داده‌شده است. تصمیم‌گیرندگان با شرکت در یک تصمیم‌گیری گروهی مقدار ابتدا، متوسط و انتهای عدد را مشخص می‌کنند. سپس با میانگین‌گیری از ابتدا، متوسط و انتهای مقادیر معرفی‌شده، یک مقدار مثلثی برای هر عبارت زبانی مشخص می‌گردد.

برای بررسی این سناریو، متغیرهای زبانی استفاده‌شده در این مقاله به‌صورت زیر فرض شده است. این داده‌ها و در ادامه داده‌های ماتریس‌های عایدی توسط نویسنده و تنها برای بیان اعتبار و کاربرد روش پیشنهادی ارائه می‌گردد.

جدول (۱) متغیرهای زبانی پژوهش

کاملاً موفق	موفقیت بالا	موفقیت متوسط	موفقیت کم	کاملاً ناموفق
$(8,9,10)$	$(5,6,8)$	$(3,5,6)$	$(2,3,4)$	$(0,1,2)$

فرض کنید جدول عایدی بازیکنان برای هر هدف به‌صورت زیر باشد. در این جداول راهبردهای بازیکن آبی در سطرها و راهبردهای بازیکن قرمز در ستون‌ها نمایش داده‌شده است و عایدی‌ها براساس متغیرهای زبانی مذکور بیان‌شده است.

جدول (۲) ارزیابی راهبردها با هدف بیشینه‌سازی تلفات نیروهای قرمز

(۲,۳,۴)	(۲,۳,۴)	(۵,۶,۸)	(۰,۱,۲)
(۲,۳,۴)	(۲,۳,۴)	(۰,۱,۲)	(۸,۹,۱۰)
(۳,۵,۶)	(۰,۱,۲)	(۳,۵,۶)	(۲,۳,۴)
(۲,۳,۴)	(۲,۳,۴)	(۳,۵,۶)	(۳,۵,۶)

جدول (۳) ارزیابی راهبردها با هدف گرفتن زمین از نیروهای قرمز

(۰,۱,۲)	(۳,۵,۶)	(۵,۶,۸)	(۰,۱,۲)
(۰,۱,۲)	(۰,۱,۲)	(۰,۱,۲)	(۵,۶,۸)
(۲,۳,۴)	(۰,۱,۲)	(۵,۶,۸)	(۳,۵,۶)
(۲,۳,۴)	(۰,۱,۲)	(۲,۳,۴)	(۲,۳,۴)

جدول (۴) ارزیابی راهبردها با هدف کمینه‌کردن تلفات خودی

(۳,۵,۶)	(۵,۶,۸)	(۸,۹,۱۰)	(۳,۵,۶)
(۵,۶,۸)	(۳,۵,۶)	(۳,۵,۶)	(۳,۵,۶)
(۳,۵,۶)	(۳,۵,۶)	(۲,۳,۴)	(۲,۳,۴)
(۵,۶,۸)	(۲,۳,۴)	(۵,۶,۸)	(۵,۶,۸)

مرحله ۵) تبدیل ماتریس عایدی: با توجه به روش شرح داده‌شده در متن مقاله، ماتریس‌های عایدی بازی به ترتیب به‌صورت زیر نوشته می‌شوند.

$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$
$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۳},\frac{۱۴}{۳}\right]$
$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$
$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$

$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$
$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$
$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$
$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱}{۳},\frac{۲}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$

$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۳},\frac{۱۴}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$
$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$
$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۳}{۶},\frac{۸}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$
$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۴}{۳},\frac{۵}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$	$\left[\frac{۱۷}{۶},\frac{۱۰}{۳}\right]$

با اعمال وزن‌های به‌دست‌آمده در مرحله ۵ و در نظر گرفتن کران چپ درایه‌های ماتریس عایدی تبدیل‌شده، ماتریس بازی استفاده شده در مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای بازیکن آبی به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$\hat{A}^{wL} = \begin{bmatrix} \frac{17}{18} & \frac{10}{3} & \frac{38}{18} & \frac{23}{18} \\ \frac{43}{18} & \frac{17}{18} & \frac{23}{18} & \frac{27}{18} \\ \frac{29}{18} & \frac{38}{18} & \frac{17}{18} & \frac{34}{18} \\ \frac{39}{18} & \frac{38}{18} & 1 & \frac{33}{18} \end{bmatrix}$$

به طریق مشابه و با در نظر گرفتن کران‌های راست، ماتریس بازی استفاده‌شده در مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای بازیکن قرمز به‌صورت زیر به دست می‌آید.

$$\hat{A}^{wR} = \begin{bmatrix} \frac{4}{3} & \frac{34}{9} & \frac{23}{9} & \frac{5}{3} \\ \frac{32}{9} & \frac{4}{3} & \frac{5}{3} & \frac{17}{9} \\ \frac{18}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{7}{3} \\ \frac{23}{9} & \frac{23}{9} & \frac{4}{3} & \frac{20}{9} \end{bmatrix}$$

مرحله ۶) حل مدل و ارائه تصمیم بهینه: برای حل و ارائه تصمیم بهینه برای بازیکن آبی با استفاده از روش ارائه‌شده در بخش قبل، مسأله زیر رادرایم:

$$
\begin{aligned}
&\min \quad x_1^{'}+x_2^{'}+x_3^{'}+x_4^{'}\\
&\left(\frac{17}{18}\right)x_1^{'}+\left(\frac{43}{18}\right)x_2^{'}+\left(\frac{29}{18}\right)x_3^{'}+\left(\frac{39}{18}\right)x_4^{'}\ge 1\\
&\left(\frac{60}{18}\right)x_1^{'}+\left(\frac{17}{18}\right)x_2^{'}+\left(\frac{38}{18}\right)x_3^{'}+\left(\frac{38}{18}\right)x_4^{'}\ge 1\\
&\left(\frac{38}{18}\right)x_1^{'}+\left(\frac{23}{18}\right)x_2^{'}+\left(\frac{17}{18}\right)x_3^{'}+(1)x_4^{'}\ge 1\\
&\left(\frac{23}{18}\right)x_1^{'}+\left(\frac{27}{18}\right)x_2^{'}+\left(\frac{34}{18}\right)x_3^{'}+\left(\frac{33}{18}\right)x_4^{'}\ge 1\\
&x_1^{'},x_2^{'},x_3^{'},x_4^{'}\ge 0
\end{aligned} \tag{۱۱}
$$

جواب بهینه این مسأله با استفاده از نرم‌افزار لینگو به‌صورت $\left(x_1^{'*},x_2^{'*},x_3^{'*},x_4^{'*}\right)^T=(0.32,0,0,0.32)$ به دست می‌آید. اکنون می‌توان راهکار بهینه و ارزش بازی را به‌صورت زیر به دست آورد.

$$\left(x_1^{*},x_2^{*},x_3^{*},x_4^{*}\right)^T=(0.5,0,0,0.5)$$
$$\underline{v}^{*}=1.56$$

مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای بازیکن قرمز به‌صورت زیر خواهد بود.

$$
\begin{aligned}
&\max \quad y_1^{'}+y_2^{'}+y_3^{'}+y_4^{'}\\
&\left(\frac{4}{3}\right)y_1^{'}+\left(\frac{32}{9}\right)y_2^{'}+\left(\frac{18}{9}\right)y_3^{'}+\left(\frac{23}{9}\right)y_4^{'}\le 1\\
&\left(\frac{34}{9}\right)y_1^{'}+\left(\frac{4}{3}\right)y_2^{'}+\left(\frac{23}{9}\right)y_3^{'}+\left(\frac{23}{9}\right)y_4^{'}\le 1\\
&\left(\frac{23}{9}\right)y_1^{'}+\left(\frac{5}{3}\right)y_2^{'}+\left(\frac{4}{3}\right)y_3^{'}+\left(\frac{4}{3}\right)y_4^{'}\le 1\\
&\left(\frac{5}{3}\right)y_1^{'}+\left(\frac{17}{9}\right)y_2^{'}+\left(\frac{7}{3}\right)y_3^{'}+\left(\frac{20}{9}\right)y_4^{'}\le 1\\
&y_1^{'},y_2^{'},y_3^{'},y_4^{'}\ge 0
\end{aligned} \tag{۱۲}
$$

به‌طور مشابه جواب بهینه برای بازیکن قرمز به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\left(y_1^{*},y_2^{*},y_3^{*},y_4^{*}\right)=(0,0.2,0.8,0),\ \overline{w}^{*}=2.3.$$

مرحله ۷) تفسیر جواب و بیان میزان موفقیت با استفاده از متغیرهای زبانی: در این مرحله می‌خواهیم تفسیر جواب‌های به‌دست‌آمده در مرحله قبل را بیان کنیم. داده‌های ارائه‌شده در ماتریس‌های عایدی بر اساس اطلاعات دریافتی و تجربه بازیکنان است و تصمیم‌گیری بر اساس این داده‌ها صورت می‌گیرد. اگرچه به دلیل پیچیدگی نمی‌توان تمام متغیرهای صحنه نبرد را

در مدل ریاضی نمایش داد، ولی استفاده از متغیرهای مهم تا حدودی به تصمیم‌گیری بازیکنان کمک خواهد کرد. لذا تصمیم بهینه به‌دست‌آمده در مرحله قبل ترکیبی از تجربه و فناوری است و این مدل تنها به تصمیم‌گیری بازیکن کمک خواهد کرد و یک نسخه همیشگی و بدون خطا نیست. استفاده از فنون تصمیم‌گیری به همراه تجربه فرمانده در انتخاب راهکار بهینه بسیار کارساز است. با این توضیحات تفسیر جواب‌های به‌دست‌آمده در مرحله قبل در ادامه شرح داده می‌شود.

جواب به‌دست‌آمده از مسأله (۱۱) نشان می‌دهد که استفاده از هر یک از راهبردهای اول و چهارم برای بازیکن آبی شانس موفقیت ۵۰ درصدی دارد. به‌عبارت‌دیگر اگر این بازیکن بخواهد از راهبردهای دوم یا سوم خود استفاده کند، شانسی برای موفقیت ندارد و درصورتی‌که راهبرد اول یا چهارم را به کار گیرد با احتمال ۵۰ درصد پیروز میدان خواهد بود. البته او می‌تواند ترکیبی از این راهکارها را به کارگرید. به این معنی که ۵۰ درصد قوای خود را در جناح چپ قرار داده و همچنین ۵۰ درصد از نیروی هوایی کمک بگیرد. به‌طور مشابه جواب به‌دست‌آمده از مسأله (۱۲) نشان می‌دهد که استفاده از راهکار سوم برای بازیکن قرمز میزان شکست او را پایین می‌آورد.

اکنون می‌خواهیم نتیجه به‌دست‌آمده را به‌صورت یک متغیر زبانی برای هر هدف و درنهایت برای هدف وزن‌دار بیان کنیم. برای این کار از جواب‌های بهینه به‌دست‌آمده در مرحله قبل و ماتریس عایدی فازی هر هدف (و در نهایت ماتریس وزن‌دار فازی)، عایدی مورد انتظار بازیکن آبی را به‌صورت زیر به دست می‌آوریم.

$$x^{*T}\tilde{A}_1 y^* = (2.4, 3.4, 4.5),$$
$$x^{*T}\tilde{A}_2 y^* = (1.9, 3.7, 4.4),$$
$$x^{*T}\tilde{A}_3 y^* = (4.1, 5.1, 6.6),$$
$$x^{*T}\tilde{A}_w y^* = (2.8, 3.94, 5.16).$$

طبق نتایج به‌دست‌آمده، با انتخاب راهبردهای بهینه به‌دست‌آمده در مرحله قبل، بازیکن آبی در هدف اول خود (بیشینه‌سازی تلفات نیروهای قرمز) به موفقیت کم، در هدف دوم خود (تسخیر زمین نیروی قرمز) نیز به موفقیت کم و در هدف سوم (کمینه‌کردن تلفات نیروی خودی) به موفقیت متوسط رو به بالا می‌رسد. با در نظر گرفتن همه اهداف به‌صورت هم‌زمان و اعمال معیارهای بازیکن، نتیجه بازی به موفقیت متوسط نزدیک‌تر است. لذا می‌توان نتیجه بازی را به‌صورت موفقیت متوسط در نظر گرفت.

همان‌گونه که در این مثال نیز مشاهده می‌شود ارزش بازی برای بازیکن آبی کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی برای بازیکن قرمز است.

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از اهداف مهم بازی جنگ آموزش روش‌های تصمیم‌سازی و تصمیم‌گیری نظامی است. در این مقاله به بررسی نحوه مدل‌سازی و حل موقعیت‌های تصمیم‌گیری سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی پرداخته شد. فرآیند تصمیم‌گیری در سامانه بازی جنگ شامل تصمیم‌گیرندگان و بازیکنان، عوامل محیطی، اهداف، راهکارها و معیارها است. برای مدل‌سازی موقعیت‌های پیچیده رقابتی بازی مجموع صفر در نظر گرفته شد. ازآنجاکه در اغلب موقعیت‌های تصمیم‌گیری نظامی هر یک از فرماندهان چند هدف را هم‌زمان مدنظر قرار داده و به دنبال رسیدن به این اهداف به‌صورت هم‌زمان هستند، لذا این مدل بازی با چند هدف موردبررسی قرار گرفت. با توجه به عدم قطعیت در بیان خروجی راهبردها، متغیرهای زبانی فازی در فرموله کردن قضاوت‌های کارشناسان و فرماندهان نظامی به کار گرفته می‌شود. با استفاده از α- برش‌های اعداد فازی قضاوت‌های انجام‌شده به‌صورت بازه‌ای درآمدند. در ادامه، اهداف توسط بازیکنان ارزیابی شدند. پس از نوشتن مدل بازی به‌صورت یک ماتریس بازی وزن‌دار، یک مسأله برنامه‌ریزی ریاضی معرفی شد که با حل این مسأله راهکار بهینه هر بازیکن به دست می‌آید. گزاره‌ای ثابت شد که نشان می‌داد ارزش بازی برای بازیکن آبی کوچک‌تر یا مساوی ارزش بازی برای بازیکن قرمز است.

در پایان پیشنهاد می‌شود از ساختار تصمیم‌گیری پیشنهاد شده در این مقاله و توسعه مطالب و مدل مذکور در سامانه پشتیبان تصمیم بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی استفاده شود. نحوه به‌کارگیری بازی مجموع ناصفر فازی در سناریوهای بازی جنگ تاکتیکی و عملیاتی را می‌توان به‌عنوان پژوهش‌های آتی در این زمینه پیشنهاد کرد.

منابع

- Aplak, H., Kabak, M. & Kose, E. (2014). A two person zero sum game oriented to integration of objectives, *Journal of Military Studies*, 5 (2).
- Bazaraa, M.S. & Jarvis, J.J. (1997). *Linear Programming and Network Flows*, John Wiley & Sons, Inc., NewYork .
- Bigdeli, H. & Hassanpour, H. (2016). A satisfactory strategy of multiobjective two person matrix games with fuzzy payoffs, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, 13, 17-33.
- Bigdeli, H. & Hassanpour, H. (2018). Modeling and solving multiobjective security game problem using multiobjective bilevel problem and its application in metro security system, *Journal of Electronical & Cyber Defence (In Persian)***.**
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2016). The optimistic and pessimistic solutions of single and multiobjective matrix games with fuzzy payoffs and analysis of some of military problems, *Defence Sci & Tech*, Acceptd, (In Persian).
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2018). Constrained Bimatrix Games with Fuzzy Goals and its Application in Nuclear Negotiations.
- Bigdeli, H., Hassanpour, H. & Tayyebi, J. (2018). Multiobjective security game with fuzzy payoffs, *Iranian Journal of Fuzzy Systems*.
- Brown, G., Carlyle, M., Kline, J. & Wood, K. (2005). A Two-Sided Optimization for Theater Ballistic Missile Defense, *in Operations Research*, 53: 263–275.
- Brown, M., An, B., Kiekintveld, C., Ordóñez, F. & Tambe M. (2014). An extended study on multi-objective security games, *Auton Agent Multi-Agent Syst*, 28:31–71.
- Brynielsson**,** J. (2007). Using AI and games for decision support in command and control**,** *Decision Support Systems*, 43: 1454 –1463**.**
- Gatti, N. (2008). *Game Theoretical Insights in Strategic Patrolling: Model and Algorithm in Normal-Form,* in ECAI-08, pp. 403–407.
- Guillarme, N. L., Mouaddib, A., Lerouvreur**,** X. & Gatepaille, S. (2015). *A Generative Game-Theoretic Framework for Adversarial Plan Recognition*, Journées Francophones sur la Planification, la Décision et l'Apprentissage.
- Haywood, O. G. (1989). Military Decision and Game Theory, *Wiley, Journal of the Operations Research Society of America*, 2 (4): 365-385.
- Kheirkhah, A. S., Navidi, H. R., & Bidgoli, M. M. (2017). Modeling and Solving the Hazmat Routing Problem under Network Interdiction with Information Asymmetry, *Journal of transportation engineering*, 9 (1): 17-36.
- Lye, K. & Wing, J.M. (2005). Game Strategies in Network Security, *International Journal of Information Security*, (1–2): 71–86.
- Mchugh, F.J. (1969), *Fundamentals of wargaming*, United states naval college.

- Neumann, J.V. & Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior*,Wiley, New York.
- Owen, G. (1995). *Game Theory*, Academic Press, San Diego, Third Edition.
- Sakawa, M. & Nishizaki, I. (2009). *Cooperative and Noncooperative Multi-Level Programming*, Springer, New York and london.
- Sakawa, M. (1993). *Fuzzy sets and interactive multiobjective optimization*, Plenum press, New York and london.
- Sandler, T. & D.G.A.M. (2003). Terrorism and Game Theory, *Simulation and Gaming*, 34 (3): 319–337.
- Tambe, M. (2012). *Security and game theory, algorithms, deployed systems, lessons learned*, Cambridge university press.