آینده‌پژوهی دفاعی، سال هفتم، شماره ۲۴، بهار ۱۴۰۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۰ تاریخ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۱/۰۳

از صفحه ۶۱ تا صفحه ۷۹

تصمیم‌گیری بهینه در مواجهه با عملیات‌های تخریبی دشمن با استفاده از مسئله ممانعت از بیشینه جریان در شبکه‌های پویای چند دوره‌ای در شرایط فازی

نوع مقاله: پژوهشی

حمید بیگدلی*[1]

سلیم باوندی[2]

چکیده

از دیرباز، یکی از مسائل مهم در جنگ‌ها عملیات‌های دشمن در جهت تخریب امکانات و شبکه‌های ارتباطی بوده است. تخریب پل‌ها و جاده‌ها، حملات هوایی، موشکی یا توپخانه و در سالیان اخیر حملات بی‌شمار سایبری گواه این موضوع است که یکی از اهداف اصلی دشمن در جنگ‌ها، تضعیف از طریق تخریب امکانات و تجهیزات می‌باشد. در مقابل، نیروهای مدافع درصدد استفاده حداکثری از منابع و امکانات خود هستند تا مانع از رسیدن دشمن به هدفش شوند. در این پژوهش، یک مسئله ممانعت پویای چند دوره‌ای در شرایط فازی به‌منظور کمک به تصمیم‌گیرندگان و فرماندهان نظامی برای انتخاب یک راهبرد مناسب مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مسئله، نیروهای مدافع در نقش ممانعت کننده سعی در کمینه کردن بیشینه جریان در طول T دوره زمانی دارند به‌طوری‌که در هر مرحله ممانعت کننده و دشمن به‌طور کامل از عملکرد طرف مقابل آگاه هستند. ظرفیت‌های یالی در این مدل به‌صورت متغیرهای فازی در نظر گرفته می‌شوند. برای حل مدل ارائه شده، ابتدا مسئله ممانعت پویای فازی به کمک مفاهیم اندازه اعتبار و برنامه‌ریزی محدودیت شانس به مسئله ممانعت پویای قطعی تغییر شکل می‌دهد. سپس با استفاده از دوگان‌گیری مسئله دوسطحی قطعی ایجاد شده به یک مسئله تک سطحی تبدیل و سپس با استفاده از تعمیم الگوریتم تجزیه بندرز برای حل آن اقدام می‌شود. در نهایت اعتبار مسئله با ارائه یک نمونه عددی مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی:

ممانعت شبکه، نظریه فازی، اندازه اعتبار، تجزیه بندرز

---

[1]. استادیار تحقیق در عملیات، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران.

[2]. پژوهشگر، پژوهشکده عالی جنگ، دانشگاه فرماندهی و ستاد آجا، تهران، ایران.

* نویسنده مسئول: Email: H.Bigdeli@casu.ac.ir

DOI: 10.22034/DFSR.2022.547832.1570

مقدمه

زندگی در عصـــر ارتباطات و ارائه خدمات به دیگران به‌عنوان تولیدکننده و یا مصـــرف خدمات تولیدی توسط سایرین به‌عنوان مصرف‌کننده، همگی به نقش غیرقابل‌انکار شبکه‌های ارتباطی اشـــاره دارد. شـــبکه‌های کامپیوتری، شـــبکه‌های اجتماعی، راه‌آهن‌ها و خطوط زمینی و هوایی نمونه‌هایی از این شبکه‌ها هستند؛ اما در این میان، برخی از این خدمات به‌عنوان تهدیدی برای کشورها و شهروندان عمل می‌کنند که شناخت این خطرات و تهدیدها در گام نخست، تلاش برای کاهش آن و ممانعت از بروز آن در گام‌های بعدی به‌عنوان یک ضـرورت به شـمار می‌رود. بدون شک، سخت‌ترین بخش کار، تصمیم‌گیری و اتخاذ راهبرد مناسب در چنین شرایطی است، به‌ویژه برای فرماندهان نظامی که جز در زمان جنگ نمی‌توانند تصمیمات خود را ارزیابی نمایند. در چنین شرایطی، یکی از مهم‌ترین ابزار به‌منظور تجزیه‌وتحلیل فرآیند تصمیم‌گیری بخصوص در حوزه‌های نظامی، کسب تجربه و حتی تصحیح خطا بدون صرف هزینه‌ای گزاف، فرمول‌بندی اســـت. فرمول‌بندی این امکان را به تصـــمیم‌گیرندگان نظامی می‌دهد تا فنون، روش‌ها و مهارت‌های خود را در یک وضـعیت غیرجنگی به‌منظور شـناخت نواقص احتمالی مورد ارزیابی قرار دهند(عبدالله‌زاده و همکاران، ۱۴۰۰). در همین راستا، مسئله‌ای با عنوان مسئله ممانعت از جریان در شبکه در دهه‌های اخیر موردتوجه پژوهشگران بسیاری قرارگرفته است و رده وسیعی از شبکه‌ها را به خود اختصاص داده است. مسئله ممانعت در شبکه یک مسئله بهینه سازی ترکیبیاتی است که آن را می‌توان یکی از مهم‌ترین مسائل برنامه‌ریزی دوسطحی دانست. در این نوع از مسائل، همواره با یک شبکه سروکار داریم که در سطح اول کاربر شبکه (دشمن، مهاجم) سعی در بهینه نمودن تابع هدف خود دارد، درحالی‌که در سطح دوم ممانعت کننده با بودجه‌ی محدود خود ســـعی دارد این مقدار بهینه را برای کاربر شـــبکه به حداقل برســـاند؛ بنابراین، با شبکه‌ای مواجه هستیم که در آن به هر یک از کمان‌ها، علاوه بر پارامترهای معمول، پارامتری با عنوان هزینه ممانعت اختصاص داده‌شده است. این مسئله در ساده‌ترین حالت خود برای اولین بار در دهه ۱۹۶۰ در جنگ ویتنام و به‌منظور ایجاد اختلال در جابجایی ســـربازان و تجهیزات جنگی ویتنامی‌ها، توسط پژوهشگران ارتش آمریکا مطرح شد(Bingol, 2001). بنابراین، بسیاری از مدل‌های اولیه بر کاربردهای نظامی تمرکز داشـــتند و پس‌ازآن، کاربردهایی از قبیل مبارزه با قاچاق (مواد مخدر، ســـلاح، انســـان و یا مواد هســـته‌ای)(Phillips, 1993)، بررســـی میزان آسیب‌پذیری شبکه‌های زیرساختی تحت حملات تروریستی (Salmeron et al., 2004)، کنترل بیماری های عفونی نظیر آنفولانزای خوکی، ابولا (Assimakopoulos, 1987) و اخیراً ویروس کرونا در حالت‌های اضطراری و پایش شبکه‌های کامپیوتری (Alexander Gutfraind, 2011)،

اهمیت این مسئله را در زمینه‌های نظامی، امنیت شبکه و سلامت برای پژوهشگران دوچندان کرده است (Collado & Papp, 2012). در مسئله ممانعت شبکه به‌طورکلی، پیمودن کوتاه‌ترین مسیر (Carlyle et al., 2008)، یافتن مطمئن‌ترین مسیر (Lunday & Sherali, 2012) و بالاخره ارسال بیشترین جریان از گره مبدأ به گره مقصد (Wood, 1993) را می‌توان از مهم‌ترین اقدامات مهاجم در نظر گرفت. در طرف مقابل ممانعت کننده درصدد است با استفاده از بودجه محدودی که در اختیار دارد، بیشترین خسارت را به اقدامات مهاجم وارد کند. این مسائل به ترتیب در سه قالب کلی ممانعت از کوتاه‌ترین مسیر، ممانعت از مطمئن‌ترین مسیر و ممانعت از بیشینه جریان در ادبیات موضوع شناخته می شوند. به‌عنوان پژوهش‌های جدید انجام شده در این زمینه، یک مسئله ممانعت جدید به نام ممانعت از $s-t$ برش کمینه توسط عبدالله‌زاده و همکاران (۲۰۲۰) پیشنهاد شد که در آن مهاجم در صدد انتخاب کمترین $s-t$ برش است تا هر مسیر ممکن بین مبدأ و مقصد را قطع کند. درحالی‌که مدافع قصد دارد با افزایش ظرفیت کمان‌ها تحت بودجه مشخص، مقدار برش کمینه را تا حد امکان افزایش دهد. بیگدلی و همکاران(۱۴۰۰) کاربرد مسئله بازی ممانعت شبکه دونفره در شناسایی دشمن را موردمطالعه قرار دادند. در پژوهش آن‌ها، یک مدل ریاضی برای مسئله ممانعت شبکه دو نفره با چندین نوع نیروی شناسایی ارائه شد، سپس بر پایه مدل ریاضی یک شبکه نمونه مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت. شیائو[1] و همکاران (۲۰۲۰) یک مدل دوهدفه برای مسئله ممانعت از کوتاه‌ترین مسیر شبکه با ممانعت از گره را مورد بررسی قرار دادند. یک مدل دوهدفه برای مسئله ممانعت جزئی روی تسهیلات سلسله مراتبی ظرفیت دار توسط فرقانی و همکاران (۲۰۲۰) ارائه شد. مدل آن‌ها برای پیش‌بینی و رسیدگی به اثرات مخرب یک حمله عمدی به تأسیسات سلسله مراتبی تودرتو ظرفیت دار پیشنهادشده است. کبیری و همکاران (۱۳۹۹) کاربردی از مسئله ممانعت از بیشینه جریان در بازی جنگ زمینی را به‌منظور جلوگیری از انتقال حداکثر نیرو و تجهیزات دشمن ارائه دادند. اکثر مطالعات انجام‌شده در این زمینه مربوط به ممانعت‌های قطعی و تصادفی و بررسی قالب ممانعت از طریق نظریه بازی است که با عنوان ممانعت پویا نیز شناخته می‌شود. همان‌طور که از عنوان ممانعت قطعی پیداست، در این قالب ممانعت کننده تمامی اطلاعات و مشخصات مرتبط با یک شبکه را به‌طور کامل در اختیار دارد؛ اما در ممانعت تصادفی برخی از اطلاعات نظیر ظرفیت‌های یالی برای ممانعت کننده مشخص نیست. در ممانعت پویا، به‌طورمعمول نظریه بازی مورد استفاده قرار می‌گیرد و عامل زمان نیز در مدل‌سازی این نوع از ممانعت‌ها در نظر گرفته می‌شود. یکی از پژوهش‌های بسیار موفق در

---

1. Xiao

زمینه ممانعت پویا توسط لندی و شرلی[1] (۲۰۱۰) انجام شد که در آن عامل زمان پاسخ که شامل زمان موردنیاز برای ممانعت کننده برای مشاهده حالت کنونی، جهت‌یابی مسئله کنونی در راستای هدف، تصمیم برای تغییر سیاست و اجرای تغییرات است را به‌صورت بازه‌های زمانی گسسته دخالت دادند. در پژوهشی دیگر، لیم و اسمیت[2] (۲۰۰۷) مسئله ممانعت شبکه را با این فرض بررسی کردند که مؤلفه‌های شبکه در طول زمان تغییر می‌کند. به‌عنوان یک مطالعه کاربردی روی مسائل ممانعت پویا، مالاویا[3] و همکاران (۲۰۱۲) این مسئله را به‌عنوان یک مسئله ممانعت چند دوره‌ای با کاربرد در مبارزه با مواد مخدر بررسی کردند. افشاری‌راد و تقی‌زاده (۲۰۱۳) نیز مسئله ممانعت پویا را بر روی مسئله ممانعت حداکثر جریان مورد مطالعه قرار دادند. در مدل آن‌ها مهاجم یا دشمن قصد دارد تا مشروط به ظرفیت‌های یالی، حداکثر جریان در شبکه را در بازه زمانی $[\cdot,T]$ انتقال دهد. مسئله ممانعت در شبکه‌های با بیشینه جریان در حالت پویا با داده‌های غیرقطعی نیز توسط سلیمانی و همکاران (۲۰۱۸) مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها یک مسئله ممانعت شبکه چند دوره‌ای با ظرفیت یال‌های نامشخص را بعد از تبدیل به فرم معادل قطعی به‌وسیله تجزیه بندرز حل نمودند. نوع عدم قطعیت بکار گرفته شده در پژوهش آن‌ها، عدم قطعیت معرفی‌شده توسط لیو[4] (۲۰۰۷) بوده است.

به‌طورکلی، در یک شبکه انتقال ممکن است ظرفیت کمان‌ها، مقادیر جریان ورودی و خروجی رئوس و هزینه‌های انتقال، به عواملی همچون شرایط آب‌وهوایی، شرایط اضطراری در شبکه، تعمیرات، ازدحام ترافیک و برخی عوامل پیش‌بینی‌نشده همچون تغییر در قیمت بنزین، عوارض مربوط به مؤلفه‌های شبکه و ... وابسته باشد؛ بنابراین، در چنین شرایطی این احتمال وجود دارد که جریان در شبکه و بالطبع بیشینه جریان در شبکه به‌درستی قابل‌اندازه‌گیری نباشد. درواقع، علی‌رغم تمام ویژگی‌های مطلوبی که رویکردهای ممانعت در شبکه با خود دارند، در این رویکردها اندازه‌گیری به روش سنتی و محاسبه‌ها در یک محیط قطعی صورت می‌پذیرد. در حالیکه، جدی‌ترین مسئله در دنیای واقعی وجود عدم قطعیت در داده‌ها است. یکی از رویکردها در چنین شرایطی، استفاده از مدل‌های تصادفی است که برای هر یک از پارامترهای آن یک تابع توزیع احتمال مناسب در نظر گرفته می‌شود. اما، باید توجه داشت که برای برآورد مناسب این توابع به داده‌های تاریخی نیاز است که چنین داده‌هایی همواره در دسترس نیست. به بیان بهتر، برای مسائلی که پیشینه موضوعی ندارند، استفاده از مدل‌های تصادفی همواره نمی‌تواند

---

[1]. Lunday and Sherali
[2]. Lim and Smith
[3]. Malaviya
[4]. Liu

منجر به تولید یک جواب مطلوب شود. بنابراین، می‌توان بحث شبکه‌های فازی را مطرح نمود، زیرا رویکرد فازی توانایی بهتری در سازگاری با تغییرات شرایط در دنیای واقعی دارد. همچنین، این رویکرد علاوه بر سادگی، دارای منطق قوی‌تری در مدل‌سازی یک شبکه در معرض عدم قطعیت در دنیای واقعی است. مفهوم مجموعه فازی برای اولین بار توسط زاده[1] (۱۹۶۵) معرفی شد. ایشان سپس برای اندازه‌گیری یک پیشامد فازی، مفهومی بنام اندازه امکان (Zadeh, 1978) را معرفی نمودند. این اندازه در عین اینکه در زمینه‌های بی‌شماری به کار گرفته‌شده است، اما دارای ویژگی خود-دوگانگی نیست. به این معنی که به کمک این اندازه نمی‌توان در مورد پیروزی یا شکست یک پدیده فازی نظری قطعی ارائه داد. بارها پیش آمده است که امکان وقوع یک رویداد فازی برابر با یک بوده است اما برخلاف انتظار آن رویداد رخ نداده است و یا دارای امکان وقوع صفر بوده است درحالی‌که اتفاق افتاده است. این مشکل توسط لیو (۲۰۰۲) با معرفی اندازه اعتبار مرتفع شد.

در این پژوهش، یک مدل جدید برای مسئله ممانعت پویا به‌صورت مسئله ممانعت چند دوره‌ای در شرایط فازی موردبررسی قرار می‌گیرد. در این مدل، ارسال بیشینه جریان و عملیات ممانعت در طول چند دوره اتفاق می‌افتد، در حالی که بودجه موردنیاز برای اجرای عملیات ممانعت محدود است. درواقع ما با یک مسئله ممانعت از بیشینه جریان در شبکه در حالت پویا سروکار داریم که در آن ممانعت کننده و دشمن در هر دوره زمانی روش‌های متفاوتی را بر اساس اطلاعات به‌دست‌آمده از طرف مقابل اتخاذ می‌کنند؛ بنابراین، هدف نهایی این مسئله چند دوره‌ای، کمینه کردن بیشینه جریان در طول T دوره زمانی است. برای بررسی رفتار پدیده‌های فازی در مدل، از اندازه اعتبار استفاده می شود. مزیت استفاده از این اندازه، اطمینانی است که به تصمیم‌گیرنده می‌دهد، زیرا اگر ارزش اعتبار یک پدیده فازی برابر با ۱ باشد، آن پدیده به‌طور قطعی اتفاق خواهد افتاد، در حالیکه اگر ارزش اعتبار آن برابر با صفر باشد مطمئناً اتفاق نمی‌افتد. در ادامه، با به‌کارگیری مفاهیم نظریه فازی نشان داده می شود که یک مسئله معادل قطعی برای این مسئله غیرقطعی وجود دارد. سپس، با مهیاکردن شرایط موردنیاز برای تعمیم تجزیه بندرز، یک رویکرد حل برای این مسئله ارائه می‌شود. درنهایت، به دلیل عدم دسترسی به نمونه‌های واقعی مناسب، یک گروه از نمونه‌های تولیدشده به‌صورت تصادفی برای بررسی کارایی

[1]. Zadeh

مدل پیشنهادی به کار گرفته می شود. این نمونه‌ها با نام مسائل کاند[1] توسط برنارد گندرون[2] (Crainic et al., 2001) در ادبیات موضوع رواج یافته است.

بخش‌های مختلف این پژوهش به شرح زیر سازمان‌دهی شده‌اند: در بخش ۲، تعاریف و پیش‌نیازها ارائه‌شده است. در بخش ۳، مسئله ممانعت چند دوره‌ای در حالت قطعی موردبررسی قرار می‌گیرد. حالت فازی این مسئله در بخش ۴ شرح داده می شود. برای نشان دادن کارایی مدل ارائه‌شده یک مثال عددی در بخش ۵ گنجانده‌شده است. سرانجام، برخی نتایج استخراج‌شده از این پژوهش در بخش ۶ بیان می‌شود.

مفاهیم مقدماتی

در این بخش، برخی از مفاهیم و قضایای اساسی مربوط به نظریه مجموعه‌های فازی شامل اندازه اعتبار، فضای اعتبار، متغیر فازی و برنامه‌ریزی محدودیت شانس بیان می‌شوند.

اندازه اعتبار و فضای اعتبار

فرض کنید Θ یک مجموعه ناتهی، $P(\Theta)$ مجموعه توانی از Θ شامل تمام زیرمجموعه‌های ممکن باشد. هر عضو از $P(\Theta)$ پیشامد نامیده می‌شود. به‌منظور بیان یک تعریف اصولی از اندازه اعتبار، نیاز است تا برای هر پیشامد A، یک مقدار $Cr(A)$ اختصاص داده شود که بیانگر اعتبار رخ دادن پیشامد A است. برای اطمینان از اینکه مقدار $Cr(A)$ دارای ویژگی‌های ریاضیاتی مشخصی است که انتظار داریم یک اعتبار داشته باشد، چهار اصل زیر را می‌پذیریم:

۱. اصل نرمال بودن: $Cr(\theta)=۱$.
۲. اصل یکنواختی: $Cr(A)\le Cr(B)$ زمانی که $A\subset B$.
۳. اصل خود-دوگانی: $Cr(A)+Cr(A^c)=۱$ برای هر $A\in P(\Theta)$.
٤. اصل حداکثر سازی: $Cr\left\{\bigcup_i A_i\right\}\le ۰.۵=\sup_i Cr\{A_i\}$ برای هر $\{A_i\}$ با $Cr\{A_i\}\le ۰.۵$.

سه اصل اول از اصول بدیهی هستند. اصل چهارم این موضوع را بیان می‌کند که اگر اندازه اعتبار یک پدیده فازی برابر ۱ (و یا صفر) باشد، هیچ عدم اطمینانی در آن پدیده وجود ندارد، زیرا این باور وجود دارد که آن رویداد به‌طورقطع اتفاق می‌افتد (یا نمی‌افتد)(B. Liu & Liu, 2002). درواقع اصل حداکثری بیان می‌کند که اگر برای هر پدیده مقادیر منطقی مختلفی برای اندازه اعتبار آن موجود باشد، آنگاه نزدیک‌ترین مقدار به ۰٫۵ به آن اختصاص داده خواهد شد. اکنون، یک پدیده از عدم اطمینان زیادی برخوردار است، اگر اندازه اعتبار آن برابر با ۰٫۵ باشد؛ زیرا در

---
[1]. Canad
[2]. Bernard Gendron

چنین حالتی رخ دادن و یا رخ ندادن آن از احتمال مساوی برخوردارند. با این تفاسیر، به مجموعه توابع Cr اندازه اعتبار گفته می‌شود، اگر ۴ اصل اشاره‌شده در بالا را برآورده نمایند.

قضیه ۱: (قضیه گسترش اعتبار(Li & Liu, 2006)) فرض کنید Θ یک مجموعه ناتهی و $Cr\{\theta\}$ یک تابع نامنفی روی Θ باشد که شرط گسترش اعتبار را برآورده می‌کند

$$\begin{aligned} &\sup_{\theta\in\Theta} Cr\{\theta\} \geq ۰.۵, \\ &Cr\{\theta^*\} + \sup_{\theta\in\Theta} Cr\{\theta\} = ۱ \text{ if } Cr\{\theta^*\} \geq ۰.۵ \end{aligned} \qquad (۱)$$

در این صورت $Cr\{\theta\}$ دارای یک گسترش منحصربه‌فرد برای یک اندازه اعتبار روی $P\{\Theta\}$ به‌صورت زیر است:

$$Cr\{A\} = \begin{cases} \sup_{\theta\in A} Cr\{\theta\}, & \text{if } \sup_{\theta\in A} Cr\{\theta\} < ۰.۵, \\ ۱ - \sup_{\theta\in A^c} Cr\{\theta\}, & \text{if } \sup_{\theta\in A} Cr\{\theta^*\} \geq ۰.۵ \end{cases} \qquad (۲)$$

به کمک این قضیه قادر خواهیم بود تا اندازه‌های اعتبار عددی را ارائه دهیم. درواقع، بدون قضیه گسترش اعتبار، نمی‌توانیم یک اندازه اعتبار غیر بدیهی را تعیین کنیم، زیرا لیست کردن مقادیر اعتبار همه زیرمجموعه‌های Θ برای ما غیرممکن است.

تعریف ۱: (B. Liu, 2006) فرض کنید Θ یک مجموعه ناتهی، $P\{\Theta\}$ مجموعه توانی Θ و Cr یک اندازه اعتبار باشد. در این صورت سه‌تایی $(\Theta, P(\Theta), Cr)$ یک فضای اعتبار نامیده می‌شود.

متغیر فازی

به‌طور سنتی، یک متغیر فازی توسط یک تابع عضویت تعریف می‌شود؛ اما همان‌طور که یک متغیر تصادفی به‌عنوان یک تابع قابل‌اندازه‌گیری در یک فضای احتمال تعریف می‌شود، متغیر فازی نیز می‌تواند به‌عنوان یک تابع در فضای اعتبار تعریف شود.

تعریف ۲: (B. Liu, 2006) متغیر فازی ξ، یک تابع از یک فضای اعتبار $(\Theta, P(\Theta), Cr)$ به مجموعه‌ای از اعداد حقیقی است که با یک تابع عضویت به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mu(x) = (۲Cr\{\xi = x\}) \wedge ۱, \quad x \in \mathbb{R} \qquad (۳)$$

به‌وضوح هر متغیر فازی دارای یک تابع عضویت منحصربه‌فرد است.

یک بردار فازی n-بعدی به‌صورت یک تابع از یک فضای اعتبار به مجموعه‌ای از بردارهای حقیقی n-بعدی تعریف می‌شود. به آسانی می‌توان نشان داد که $(\xi_۱, \xi_۲, \ldots, \xi_n)$ یک بردار فازی است اگر و تنها اگر $\xi_۱, \xi_۲, \ldots, \xi_n$ متغیرهایی فازی باشند.

قضیه ۲:(شرط لازم و کافی برای تابع عضویت(B. Liu, 2006)) تابع $\mu:\mathbb{R}\rightarrow[۰,۱]$ یک تابع عضویت است اگر و تنها اگر $\sup \mu(x)=۱$.

در عمل، یک متغیر فازی ممکن است با یک تابع عضویت مشخص شود. در این حالت، فرمولی برای محاسبه مقدار اعتبار یک پیشامد فازی لازم است. به این منظور، قضیه معکوس اعتبار در ادامه ارائه می‌شود.

قضیه ۳: (قضیه معکوس اعتبار(B. Liu, 2006)) فرض کنید ξ یک متغیر فازی با تابع عضویت μ باشد. در این صورت، برای هر مجموعه B از اعداد حقیقی، داریم:

$$Cr\{\xi\in B\}=\frac{۱}{۲}\left(\sup_{x\in B}\mu(x)+۱-\sup_{x\in B^c}\mu(x)\right) \quad (۴)$$

در حالت خاص می‌توان نشان داد (برای هر $r\in\mathbb{R}$):

$$Cr\{\xi\le r\}=\frac{۱}{۲}\left(\sup_{x\le r}\mu(x)+۱-\sup_{x>r}\mu(x)\right) \quad (۵)$$

البته بر اساس اندازه امکان و اندازه الزام[1] نیز می‌توان نشان داد:

$$Cr\{\xi\le r\}=\frac{۱}{۲}\left(Pos\{\xi\le r\}+Nec\{\xi\le r\}\right) \quad (۶)$$

که در آن $Pos(.)$ و $Nec(.)$ به ترتیب نشان‌دهنده اندازه امکان و اندازه الزام هستند و به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$Pos\{\xi\ge r\}=\sup_{u\ge r}\mu(u)$$

$$Nec\{\xi\ge r\}=۱-\sup_{u<r}\mu(u)$$

توجه داشته باشید که اگر یک متغیر فازی به‌صورت یک تابع روی یک فضای اعتبار تعریف‌شده باشد، آنگاه می‌توان تابع عضویت آن را با استفاده از (۳) به دست آورد. در مقابل، اگر یک متغیر فازی با یک تابع عضویت داده‌شده باشد، آنگاه می‌توان مقدار اعتبار آن را با استفاده از (۴) یافت.

تعریف ۴: (توزیع اعتبار(B. Liu, 2006)) توزیع اعتبار $\Phi:\mathbb{R}\rightarrow[۰,۱]$ برای یک متغیر فازی ξ به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\Phi(x)=Cr\{\theta\in\Theta \mid \xi(x)\le x\} \quad (۵)$$

مفهوم مهم بعدی، استقلال متغیرهای فازی است که توسط لیو و گائو[2] در سال ۲۰۰۷ به‌صورت زیر تعریف شد.

---

[1]. Necessity measure

[2]. Gao

تعریف ۵: (استقلال متغیر فازی(Y. K. Liu & Gao, 2011)) به متغیرهای فازی $\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n$ مستقل گفته می‌شود اگر و تنها اگر برای هر مجموعه $B_1, B_2, ..., B_n \in \mathbb{R}$ رابطه زیر برقرار باشد:

$$Cr\left\{\bigcap_{i=1}^{m} \xi_i \in B_i\right\} = \min_{1\le i\le m} Cr\ \xi_i \in B_i \tag{۶}$$

در این پژوهش فرض می‌کنیم که ξ یک متغیر فازی ذوزنقه‌ای مستقل تعریف‌شده به‌صورت $\xi = \left(\xi_1, \xi_2, ..., \xi_n\right)$ است.

برنامه‌ریزی محدودیت شانس

برنامه‌ریزی با محدودیت شانس[1] یک ابزار مفید برای مدل‌سازی سیستم‌های تصمیم‌گیری فازی است. ایده اصلی برنامه‌ریزی محدودیت شانس در مسئله حداکثر جریان در شبکه، بهینه‌سازی مقدار جریان در شبکه با برخی سطوح اطمینان از پیش تعیین‌شده مشروط به محدودیت‌های شانس مشخص است. به‌طورکلی، متداول‌ترین تکنیک برای حل مدل برنامه‌ریزی محدودیت شانس فازی تبدیل محدودیت شانس $Cr\left\{\xi \ge x\right\} \ge \alpha$ به فرم معادل قطعی آن و سپس حل مدل قطعی با روش‌های موجود است. در این پژوهش، از روش ارائه‌شده در (B. Liu & Liu, 2002) استفاده می‌کنیم؛ بنابراین، فرض کنید ξ یک متغیر فازی ذوزنقه‌ای و $\alpha > ۰.۵$ باشد، در این صورت:

$$Cr\ \xi \ge r\ \ge \alpha \iff r \le\ ۲\alpha - ۱\ \xi_1 +\ ۲ - ۲\alpha\ \xi_2 \tag{۷}$$

برای مواجهه با عدم قطعیت در مدل ممانعت پیشنهادی، همه پارامترها به‌صورت متغیرهای فازی ذوزنقه‌ای مستقل فرض می‌شوند. برای تبدیل محدودیت‌های شانس به محدودیت‌های قطعی نیز می‌توانیم به‌طور مستقیم از عبارت (۷) استفاده کنیم.

مسئله ممانعت چند دوره‌ای در حالت قطعی

در این بخش، حالتی در نظر گرفته می‌شود که دشمن درصدد بیشینه‌سازی جریان در طول $T \ge ۲$ دوره زمانی است، در حالیکه در همین مدت ممانعت کننده می‌خواهد تا این بیشینه جریان را کمینه کند. تمامی پارامترهای استفاده‌شده در این مسئله قطعی و دارای حالت گسسته هستند. به این معنی که جریان در طول دوره‌های گسسته رخ می‌دهد. از طرفی، بودجه موردنیاز برای ممانعت بین تمام دوره‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود. به‌علاوه، هر دو عامل دشمن و ممانعت کننده اطلاعات کاملی از تمام دوره‌های شبکه در اختیار دارند. شایان ذکر است که در مدل ارائه‌شده در این بخش، تعداد یال‌ها ثابت بوده و ممانعت یالی به معنی حذف آن از شبکه نیست و یال ممانعت‌شده تنها در دوره‌ای که ممانعت بر روی آن یال اعمال شود غیرقابل استفاده است و در

[1]. Chance-constrained programming

دوره‌های بعدی دشمن می‌تواند از این یال استفاده کند. همچنین ظرفیت هر یال در طول کل T دوره مشترک است. به‌بیان‌دیگر، در مدل ارائه‌شده یک قید کلی بر روی تمام یال‌ها در دوره زمانی وجود دارد.

اکنون یک گراف جهت‌دار $G=(N,A)$ را در نظر بگیرید که در آن N مجموعه رئوس و A مجموعه یال‌های آن هستند. u_{ij} را به‌عنوان ظرفیت یال (i,j) و x_{ij}^t را به‌عنوان جریان روی این یال در دوره T تعریف کنید که $t=۱,...,T$. بودجه کلی ممانعت کننده را با R و بودجه لازم برای ممانعت یال در دوره t را با r_{ij}^t نشان می‌دهیم. فرض کنید y_{ij}^t متغیر تصمیم دودویی باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y_{ij}^t=\begin{cases}۱, & \text{اگر یال } (i,j) \text{ در دوره } t \text{ ممانعت شود}\\ ۰, & \text{در غیر این صورت}\end{cases}$$

بنابراین، مسئله ممانعت چند دوره‌ای در حالت قطعی را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

مسئله ۱:

$$\underset{y\in Y}{Min}\ \underset{x}{Max}\ \sum_{t=۱}^{T}x_{ds}^t$$

$$s.t.\quad \sum_{j:(i,j)\in A'}x_{ij}^t-\sum_{j:(j,i)\in A'}x_{ji}^t=۰,\qquad \forall i\in N,t=۱,...,T \qquad (c_۱)$$

$$۰\le x_{ij}^۱\le u_{ij}\left(۱-y_{ij}^۱\right),\qquad (c_۲)$$

$$۰\le x_{ij}^t\le\left(u_{ij}-\sum_{l=۱}^{t-۱}x_{ij}^l\right)\left(۱-y_{ij}^t\right),\qquad \forall(i,j)\in A,t=۲,...,T \qquad (c_۳)$$

$$۰\le x_{ij}^t\le\left(u_{ij}-\sum_{l=۱}^{t-۱}x_{ij}^l\right)\left(۱-\mu y_{ij}^{t-۱}\right),\qquad \forall(i,j)\in A,t=۲,...,T \qquad (c_۴)$$

که در آن $x_{ij}^{\cdot}=۰$ ، $y_{ij}^{\cdot}=۰$، $A'=A\bigcup\{(d,s)\}$ و (d,s) یک یال مصنوعی با $u_{ds}=\infty$ و $r_{ds}^t=\infty$ است. همچنین محدودیت ($c_۱$)، محدودیت بقای جریان است و به معنی آن است که کل جریان ورودی به شبکه (در مبدأها) باید با کل جریان خروجی از شبکه (در مقصدها) برابر باشد. محدودیت ($c_۲$) و ($c_۳$) بیان می‌کند که جریان در یک یال نمی‌تواند از ظرفیت آن در T دوره تجاوز کند و نیز جریان روی یک یال در یک دوره داده‌شده توسط ظرفیت باقی‌مانده در آن دوره محدود می‌شود. محدودیت ($c_۴$) بیانگر این نکته است که ممانعت یک یال در یک دوره، ظرفیت آن را برای دوره‌های بعدی کاهش می‌دهد. در این محدودیت شاخص μ به‌عنوان شاخص آگاهی خطر تعریف‌شده است که در بازه $[۰,۱]$ قرار دارد. این شاخص زمانی تعریف می‌شود که دشمن

سعی می‌کند جریان روی یال ممانعت‌شده در یک دوره را تا جایی که می‌تواند در مرحله بعدی به کمینه برساند. به‌بیان‌دیگر، اگر یک یال در دوره $t-1$ ممانعت شود، دشمن سعی می‌کند تا تصمیمات لازم را برای کاهش خطر در مرحله بعدی به کار گیرد. در این پژوهش، بدون از دست دادن کلیت مسئله، مقدار شاخص μ در دوره‌های t بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود. از طرفی دیگر، اگر یک یال در دوره $t-1$ ممانعت شود، در این صورت مقدار بودجه لازم برای ممانعت مجدد این یال در دوره‌های بعدی به‌صورت کسری از بودجه تخصیص‌یافته در مرحله آغازین برای ممانعت این یال در نظر گرفته می‌شود. لذا، ممانعت کننده سعی می‌کند تا میزان بودجه این یال را کاهش دهد. با این تفاسیر، مجموعه فضای شدنی مسئله ممانعت کننده را با Y نشان داده و به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$Y=\left\{y_{ij}^t \,\middle|\, \sum_{t=1}^{T}\sum_{(i,j)} r_{ij}^t y_{ij}^t \le R, r_{ij}^t=\left(1+\left(\lambda-1\right)y_{ij}^{t-1}\right)r_{ij}^1, y_{ij}^t \in\{0,1\}\right\} \tag{8}$$

که در آن $0\le\lambda\le1$. به‌وضوح مسئله ۱ یک مسئله ممانعت صحیح آمیخته است که در دسته مسائل NP سخت قرار می‌گیرد.

مسئله ممانعت چند دوره‌ای در حالت فازی

به‌طورکلی، هدف از بررسی یک مدل در شرایط عدم قطعیت نظیر عدم قطعیت فازی، مقابله با عوامل ناشناخته در شبکه غیرقطعی است. در بسیاری از وضعیت‌ها، داده‌های تاریخی کافی و قابل‌اعتماد برای برآورد تابع توزیع احتمال مناسب وجود ندارد. به‌عنوان مثال، وقتی کالاها یا محصولات از طریق جاده‌های تازه‌ساخت انتقال می‌یابند، به دلیل کمبود اطلاعات تاریخی نمی‌توان توزیع احتمال هزینه انتقال را به دست آورد. در برخی موارد دیگر، جمع‌آوری داده و ثبت مشاهدات به آزمون‌های بسیار پرهزینه نیاز دارد، مانند بررسی مقاومت یک سازه در برابر بلایای طبیعی. در برخی از وضعیت‌ها، حتی امکان انجام آزمون و جمع‌آوری داده نیز وجود ندارد، مانند بررسی میزان مقاومت یک پل در برابر نیروهای واردشده به آن. در چنین مواردی، یکی از راهکارها استفاده از نظریه فازی است. یکی از ابزارهای مفید برای مدل‌سازی سیستم‌های تصمیم فازی، برنامه‌ریزی محدودیت شانس[1] است. فرض کنید ξ_{ij} یک متغیر فازی متناظر با ظرفیت u_{ij} برای یال (i,j) باشد. در این صورت مسئله ۱ را می‌توان به‌صورت زیر بازنویسی کرد:

مسئله ۲:

1. Chance-constrained programming

$$\underset{y\in Y}{Min}\,\underset{x}{Max}\ \sum_{t=1}^{T} x_{ds}^{t}$$

$$s.t.\quad \sum_{j:(i,j)\in A'} x_{ij}^{t} - \sum_{j:(j,i)\in A'} x_{ji}^{t} = 0, \qquad \forall i \in N, t = 1,\dots,T \qquad (c_1)$$

$$Cr\left\{ x_{ij}^{1} \le \xi_{ij}(1-y_{ij}^{1})\right\} \ge \alpha_{ij}, \qquad (c_2')$$

$$Cr\left\{ x_{ij}^{t} \le \left(\xi_{ij} - \sum_{l=1}^{t-1} x_{ij}^{l}\right)(1-y_{ij}^{t})\right\} \ge \alpha_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A, t = 2,\dots,T \qquad (c_3')$$

$$Cr\left\{ x_{ij}^{t} \le \left(\xi_{ij} - \sum_{l=1}^{t-1} x_{ij}^{l}\right)(1-\mu y_{ij}^{t-1})\right\} \ge \alpha_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A, t = 2,\dots,T \qquad (c_4')$$

$$x_{ij}^{t} \ge 0, \qquad \forall (i,j) \in A, t = 1,\dots,T$$

که در آن α_{ij} یک سطح اطمینان از پیش تعیین‌شده است که به‌عنوان یک حاشیه مناسب توسط افراد خبره تعیین می‌شود. با توجه به خوش‌تعریف نبودن محدودیت‌های $c_2' - c_4'$ در مسئله ۲، نیاز است این محدودیت‌ها به فرم معادل قطعی آن تبدیل شود. به این منظور، فرض کنید $\xi_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$ یک متغیر فازی ذوزنقه‌ای مستقل باشد. با توجه به عبارت (۷)، اگر $\alpha_{ij} > 0.5$ باشد، آنگاه مسئله ۲ را می‌توان به‌صورت فرم معادل قطعی زیر نوشت.

مسئله ۳:

$$\underset{y\in Y}{Min}\,\underset{x}{Max}\ \sum_{t=1}^{T} x_{ds}^{t}$$

$$s.t.\quad \sum_{j:(i,j)\in A'} x_{ij}^{t} - \sum_{j:(j,i)\in A'} x_{ji}^{t} = 0, \qquad \forall i \in N, t = 1,\dots,T \qquad (c_1)$$

$$x_{ij}^{1} \le \left((2\alpha_{ij}-1)a_{ij} + 2(1-\alpha_{ij})b_{ij}\right)(1-y_{ij}^{1}), \qquad (c_2'')$$

$$x_{ij}^{t} \le \left(\left((2\alpha_{ij}-1)a_{ij} + 2(1-\alpha_{ij})b_{ij}\right) - \sum_{l=1}^{t-1} x_{ij}^{l}\right)(1-y_{ij}^{t}), \quad \forall (i,j) \in A, t = 2,\dots,T \qquad (c_3'')$$

$$x_{ij}^{t} \le \left(\left((2\alpha_{ij}-1)a_{ij} + 2(1-\alpha_{ij})b_{ij}\right) - \sum_{l=1}^{t-1} x_{ij}^{l}\right)(1-\mu y_{ij}^{t-1}), \quad \forall (i,j) \in A, t = 2,\dots,T \qquad (c_4'')$$

$$x_{ij}^{t} \ge 0, \qquad \forall (i,j) \in A, t = 1,\dots,T$$

ازآنجایی‌که $x = 0$ یک جواب شدنی برای مسئله بیشینه‌سازی درونی است و ناحیه شدنی مسئله ۳ کران‌دار است، لذا به استناد قضیه قوی دوگانی، مقدار تابع هدف مسئله اولیه و دوگان مسئله درونی در نقطه بهینه یکسان خواهند بود؛ بنابراین، با جایگزین کردن مسئله بیشینه‌سازی درونی با دوگان آن، می‌توان مسئله دوسطحی ۳ را به یک مسئله تک سطحی تبدیل کرد. بدین منظور،

فرض کنید π، β و γ به ترتیب بردارهای دوگان متناظر با محدودیت‌های $c_۱$، $c''_۳$ و $c''_۴$ باشند. در این صورت، با دوگان‌گیری از مسئله بیشینه‌سازی درونی مسئله ۳ و با استفاده از رابطه بیشینه جریان-کمینه برش در بهینگی، مسئله تک سطحی زیر را خواهیم داشت:

مسئله ۴:

$$\underset{y,\beta,\pi,\gamma}{Min} \sum_{t=۱}^{T} \sum_{(i,j)\in A} \left(\left(۲\alpha_{ij}-۱\right)a_{ij}+۲\left(۱-\alpha_{ij}\right)b_{ij}\right)\left(\beta_{ij}^{t}\left(۱-y_{ij}^{t}\right)+\gamma_{ij}^{t}\left(۱-\mu y_{ij}^{t-۱}\right)\right)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \pi_i^t-\pi_j^t+\beta_{ij}^t+\gamma_{ij}^t+\sum_{l=t+۱}^{T}\left(\beta_{ij}^{l}\left(۱-y_{ij}^{l}\right)+\gamma_{ij}^{l}\left(۱-\mu y_{ij}^{l-۱}\right)\right)\geq ۰, && \forall (i,j)\in A, t=۱,...,T \\ & \pi_d^t-\pi_s^t\geq ۱, && t=۱,...,T \\ & \gamma_{ij}^t,\beta_{ij}^t\geq ۰, && \forall (i,j)\in A, t=۲,...,T \\ & y\in Y, \end{aligned}$$

به‌وضوح، مسئله اخیر یک مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی صحیح آمیخته است. یکی از روش‌های مرسوم برای حل چنین مسائلی، روش تجزیه بندرز است. در ادامه، از تعمیم این روش برای حل مسئله ۴ استفاده می‌شود. بدین منظور مسئله ۴ را به‌صورت مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی صحیح آمیخته زیر بازنویسی می‌کنیم:

مسئله ۵:

$$\underset{y,\beta,\alpha,\gamma}{Min}\left\{ f\left(\alpha,\beta,\gamma,y\right)\middle| g\left(\alpha,\beta,\gamma,y\right)\leq ۰, \left(\alpha,\beta,\gamma\right)\in\Omega, y\in\bar{Y}\right\}$$

که در آن $f(\alpha,\beta,\gamma,y)$ و $g_i(\alpha,\beta,\gamma,y)$ ($i=۱,...,T(m+۲)$) توابعی مشتق‌پذیر برحسب (α,β,γ,y) هستند که به ترتیب تابع هدف مسئله ۴ و تمامی محدودیت‌های آن را نشان می‌دهند. همچنین، Ω یک مجموعه فشرده شامل α ، β و γ و $\bar{Y}=\{۰,۱\}^{mT}$ یک مجموعه دودویی متناهی است.

برای هر $y\in\bar{Y}$، زیر مسئله برنامه‌ریزی غیرخطی زیر را در نظر بگیرید:

مسئله ۶: (زیر مسئله)

$$\left\{Min\ f\left(\alpha,\beta,\gamma,y\right)\middle| g\left(\alpha,\beta,\gamma,y\right)\leq ۰, \left(\alpha,\beta,\gamma\right)\in\Omega\right\}$$

مسئله ۶ همان دوگان مسئله بیشینه‌سازی درونی و هر جواب بهینه برای این مسئله، یک جواب شدنی و درواقع یک کران بالا برای مسئله ۵ است.

اگر λ مضارب لاگرانژی متناظر با زیر مسئله ۶ باشد، در این صورت می‌توان دوگان لاگرانژی آن را به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\underset{\lambda\in\mathbb{R}_+}{Max}\ d_y\ \ \lambda$$

که در آن

$$d_y(\lambda)=\min_{(\alpha,\beta,\gamma)\in\Omega} L(\alpha,\beta,\gamma,y,\lambda)=f(\alpha,\beta,\gamma,y)+\lambda^T g(\alpha,\beta,\gamma,y)$$

اکنون با انتخاب $\mu=\max_{\lambda\in\mathbb{R}_+} d_y(\lambda)$ مسئله اصلی زیر را خواهیم داشت:

مسئله ۷:

$$\begin{aligned} & Min \quad \mu \\ & s.t. \quad \mu \ge \min_{(\alpha,\beta,\gamma)\in\Omega} L(\alpha,\beta,\gamma,y,\lambda), \quad \forall \lambda \ge ۰, \\ & \qquad y \in \bar{Y} \end{aligned}$$

مسئله ۷ دارای تعداد نامتناهی محدودیت است. لذا برای برون‌رفت از این وضعیت، مسئله ۷ را به‌صورت مسئله برنامه‌ریزی خطی صحیح آمیخته حل‌شدنی زیر بازنویسی می‌کنیم که شکل تبدیل یافته‌ای از آن است:

مسئله ۸: (مسئله اصلی)

$$\left\{ min\, \mu \middle| \mu \ge L\left(\alpha^i,\beta^i,\gamma^i,y^i,\lambda^i\right)+\nabla_y^T L\left(\alpha^i,\beta^i,\gamma^i,y^i,\lambda^i\right)\left(y-y^i\right),\ i\in I^p, y\in\bar{Y}, i=۱,\dots,p \right\}$$

که در آن $\left(\alpha^i,\beta^i,\gamma^i,\lambda^i\right)$ جواب بهینه جفت اولیه-دوگان از مسئله ۶، p تعداد تکرار الگوریتم تجزیه بندرز تعمیم‌یافته و I^p مجموعه اندیس در تکرار p از الگوریتم است. در این روش، دو مسئله در سطوح متفاوت حل می‌شوند. مسئله اصلی محدودشده در یک سطح و یک زیر مسئله در سطحی دیگر. مسئله ۶ و مسئله ۸ به‌طور متوالی حل می‌شوند و در هر محله کران‌های بالا و پایینی به ترتیب به‌صورت LB و UB برای تابع هدف مسئله ۵ تولید می‌کنند. این فرآیند زمانی خاتمه می‌یابد که فاصله بین دو کران به‌اندازه کافی کم باشد.

نتایج عددی

میدان نبردی را در نظر بگیرید که نیروهای دشمن با حداکثر توان درصدد تصرف خاک کشور مدافع هستند. دشمن طی چند دوره زمانی روش‌های مختلفی را در نظر می‌گیرد که بر اساس اطلاعات به‌دست‌آمده از طرف مقابل، در هر دوره زمانی این روش‌ها اتخاذ می‌شوند. در این شرایط، نیروهای مدافع باید تلاش کنند تا با منابع و تجهیزات محدودی که در اختیار دارند از این تجاوز جلوگیری کنند. اگر هر منطقه جنگی به‌عنوان گره‌های شبکه و مسیرهای مستقیم بین آن‌ها به‌عنوان کمان‌های شبکه در نظر گرفته شود، در این صورت این موضوع را می‌توان با توجه به مدل ریاضی پیشنهادشده در بخش قبل روی نمونه عددی ارائه‌شده در مرجع (Crainic et al., 2001) موسوم به مسائل کاند بررسی نمود. این نمونه شامل ۲۲ گره و ۲۳۱ یال است که برای

ارزیابی مدل‌های مختلف مرتبط با مسائل شبکه جریان مورد استفاده قرار می‌گیرد. پارامترهای مسئله به همراه مقادیرشان به‌طور خلاصه در جدول ۱ ارائه‌شده است.

جدول (۱) داده‌های مسئله

پارامتر	مقدار
a_{ij}	$u_{ij} - ۳۰۰$
b_{ij}	$u_{ij} + ۳۰۰$
c_{ij}	$u_{ij} + ۳۵۰$
d_{ij}	$u_{ij} + ۴۰۰$
$r_{ij}^{۱}$	۱
r_{ij}^{t}	$r_{ij}^{۱}$
R	۵۰
λ	۱

همان‌طور که عنوان شد، درجه باور α_{ij} بر اساس نظر افراد خبره مرتبط با زمینه مطالعاتی تعیین می‌شود. در این پژوهش، این مقادیر برای نمایش بهتر گستره تغییرات در بازه [۰.۵,۰.۹] برای $\mu \in$[۰.۵,۰.۹] اختیار شدند. میزان تغییرات تابع هدف را در طول دوره‌های دوم تا ششم به ازای مقدارهای مختلفی از μ در جدول ۲ ارائه‌شده است. محاسبات در نرم‌افزار GAMS 24.1.2 انجام‌شده است.

همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، با افزایش مقدار α در هر دوره، مقدار تابع هدف کاهش می‌یابد. این مورد برای تصمیم‌گیرندگان و فرماندهان نظامی بسیار حائز اهمیت است، زیرا با این اطلاعات می‌توانند راهبرد مناسبی را در برابر اقدامات دشمن اتخاذ نمایند. از طرفی دیگر، همین موضوع برای μ نیز صادق است. شاید در ابتدا شرایط به نفع دشمن باشد ولی در ادامه این ممانعت کننده است که با افزایش مقدار μ و درنتیجه کاهش مقدار تابع هدف در هر دوره سود خواهد برد.

جدول (۲) مقدار تابع هدف به ازای مقادیر مختلف α و μ

α_{ij}	$\mu = ۰.۵$				
	$T=۲$	$T=۳$	$T=۴$	$T=۵$	$T=۶$
۰,۵	۷۰۵۷,۰۰	۷۰۵۷,۰۰	۱۵۶۴۷,۰۰	۱۰۵۵۱,۲۵	۱۰۹۱۹,۲۵
۰,۶	۶۸۱۷,۰۰	۶۸۱۷,۰۰	۱۵۱۳۷,۷۵	۱۰۱۶۱,۲۵	۱۰۵۲۹,۲۵
۰,۷	۶۵۷۷,۰۰	۶۵۷۷,۰۰	۱۴۶۲۷,۷۵	۹۷۷۱,۲۵	۱۰۱۳۹,۲۵
۰,۸	۶۳۳۷,۰۰	۶۳۳۷,۰۰	۱۴۱۱۷,۷۵	۹۳۸۱,۲۵	۹۷۴۹,۲۵
۰,۹	۶۳۳۷,۰۰	۶۰۹۷,۰۰	۱۳۶۰۷,۷۵	۸۹۹۱,۲۵	۹۳۵۹,۲۵

α_{ij}	$\mu=۰.۶$				
	$T=۲$	$T=۳$	$T=۴$	$T=۵$	$T=۶$
۰,۵	۵۶۴۵,۶۰	٥٦٤٥,٦٠	۱۰۶۴۲,۰۸	۸۱۱۳,۳۶	۱۲۰۵۸,۶۴
۰,۶	۵۴۵۳,۶۰	۵۴۵۳,۶۰	۹۰۵۸,۰۸	۷۸۱۵,۷۶	۱۲۳۶۰,۳۲
۰,۷	۵۲۶۱,۶۰	۵۲۶۱,۶۰	۸۷۴۱,۲۸	۷۵۱۸,۱۶	۱۱۹۱۳,۹۲
۰,۸	۵۰۶۹,۶۰	۵۰۶۹,۶۰	۸۴۲۴,۴۸	۷۲۲۰,۵۶	۱۱۴۶۷,۵۲
۰,۹	۴۸۷۷,۶۰	۴۸۷۷,۶۰	۸۱۰۷,۶۸	۶۹۲۲,۹۰	۱۱۰۲۱,۱۲
α_{ij}	$\mu=۰.۷$				
	$T=۲$	$T=۳$	$T=۴$	$T=۵$	$T=۶$
۰,۵	۴۲۳۴,۲۰	۴۲۳۴,۲۰	۵۶۰۸,۷۷	۶۲۶۳,۳۴	۵۶۶۱,۰۶
۰,۶	۴۰۹۰,۲۰	۴۰۹۰,۲۰	۵۴۰۳,۵۷	۶۰۳۲,۹۴	۵۴۶۶,۶۶
۰,۷	۳۹۴۶,۲۰	۳۹۴۶,۲۰	۵۱۹۸,۳۷	۵۸۰۲,۵۴	۵۲۷۲,۲۶
۰,۸	۳۸۰۲,۲۰	۳۸۰۲,۲۰	۴۹۹۳,۱۷	۵۵۷۲,۱۴	۵۰۹۹,۸۶
۰,۹	۳۶۵۸,۲۰	۳۶۵۸,۲۰	۴۷۸۷,۹۷	۵۳۴۱,۷۴	۴۸۸۵,۴۶
α_{ij}	$\mu=۰.۸$				
	$T=۲$	$T=۳$	$T=۴$	$T=۵$	$T=۶$
۰,۵	۲۸۲۲,۸۰	۲۸۲۲,۸۰	۳۷۹۵,۷۲	۴۲۹۴,۴۴	۳۹۲۲,۳۶
۰,۶	۲۷۲۶,۸۰	۲۷۲۶,۸۰	۳۶۵۶,۵۰	۴۱۹۴,۴۴	۳۷۸۷,۹۶
۰,۷	۲۶۳۰,۸۰	۲۶۳۰,۸۰	۳۵۱۷,۳۲	۳۹۷۷,۶۴	۳۶۵۳,۵۶
۰,۸	۲۵۳۴,۸۰	۲۵۳۴,۸۰	۳۳۷۸,۱۲	۳۸۱۹,۲۴	۳۵۱۹,۱۶
۰,۹	۲۴۳۸,۸۰	۲۴۳۸,۸۰	۳۲۳۸,۹۲	۳۶۶۰,۸۴	۳۳۷۴,۸۶
α_{ij}	$\mu=۰.۹$				
	$T=۲$	$T=۳$	$T=۴$	$T=۵$	$T=۶$
۰,۵	۱۴۱۱,۴۰	۱۴۱۱,۴۰	۲۴۲۸,۵۳	۳۱۶۱,۲۲	۲۹۲۸,۴۸
۰,۶	۱۳۶۳,۴۰	۱۳۶۳,۴۰	۲۳۴۵,۷۳	۳۰۵۶,۸۲	۲۸۷۸,۴۸
۰,۷	۱۳۱۵,۴۰	۱۳۱۵,۴۰	۲۲۶۲,۹۳	۲۹۵۲,۴۲	۲۷۷۳,۶۸
۰,۸	۱۲۶۷,۴۰	۱۲۶۷,۴۰	۲۱۸۰,۱۳	۲۸۴۸,۰۲	۲۳۹۰,۶۸
۰,۹	۱۲۱۹,۴۰	۱۲۱۹,۴۰	۲۰۹۷,۳۳	۲۷۴۳,۶۲	۲۲۹۸,۲۸

نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، یک مسئله ممانعت پویای چند دوره‌ای در شرایط فازی به‌منظور کمک به تصمیم‌گیرندگان نظامی برای انتخاب راهبرد مناسب موردبررسی قرار گرفت. در این مسئله، نیروهای مدافع در نقش ممانعت کننده سعی در کمینه کردن بیشینه جریان در طول T دوره زمانی داشتند به‌طوری‌که در هر مرحله ممانعت کننده و دشمن به‌طور کامل از عملکرد طرف

مقابل آگاه بودند. ظرفیت‌های یالی در این مدل به‌صورت متغیرهای فازی در نظر گرفته شدند. برای حل مدل ارائه‌شده، ابتدا مسئله ممانعت پویای فازی به کمک مفاهیم اندازه اعتبار به مسئله ممانعت پویای قطعی تغییر شکل داد. سپس با استفاده از دوگان‌گیری مسئله دوسطحی قطعی ایجادشده به یک مسئله تک سطحی تبدیل و سپس با استفاده از تعمیم الگوریتم تجزیه بندرز برای حل آن اقدام شد. از نمونه عددی این‌طور برداشت شد که هرچند وجود شاخص آگاهی μ در مراحل ابتدایی به نفع نیروهای مدافع نیست، اما استفاده از آن در مرحله‌های بعدی به دلیل کاهش مقدار تابع هدف به نفع آن‌ها است. همچنین با افزایش سطح اطمینان α با کاهش مقدار تابع هدف در هر دوره مواجه بودیم که این مورد به افسران و فرماندهان برای اتخاذ سیاست‌های مناسب کمک شایانی می‌کند. به‌عنوان پیشنهادهای آتی، بررسی مدل در محیط‌های غیرقطعی فازی شهودی، فازی تصادفی و خاکستری و مقایسه آن با مدل فازی می‌تواند صورت پذیرد. همچنین، در صورت امکان فازی بودن می‌تواند بجای ظرفیت‌های یالی، روی سایر پارامترها نظیر زمان یالی نیز بررسی شود.

قدردانی

از کلیه اساتید و خبرگانی که ما را در فرآیند انجام این پژوهش یاری رساندند، کمال تشکر و قدردانی را داریم.

منابع

- بیگدلی، حمید.، کبیری، مهدی. و طیبی، جواد. (۲۰۲۱). کاربرد مسئله بازی ممانعت شبکه دونفره در شناسایی دشمن. *آینده‌پژوهی دفاعی*، ۶(۲۱): ۸۳–۶۹.
- عبدالله زاده، ابوالفضل.، امان، مسعود. و طیبی، جواد. (۲۰۲۱). حفاظت از خطوط ارتباطی در برابر عملیات تخریبی با استفاده از ممانعت برش کمینه پویا. *فصلنامه علمی علوم و فناوری‌های پدافند نوین*، ۱۲(۲): ۲۱۵-۲۰۵.
- کبیری، مهدی و طیبی، جواد. (۱۳۹۹). کاربرد مسأله ممانعت از حداکثر جریان در بازی جنگ زمینی. *فصلنامه بازی جنگ*، ۳(۶): ۵۳-۳۰.
- Abdolahzadeh, A., Aman, M., & Tayyebi, J. (2020). Minimum st-cut interdiction problem. *Computers & Industrial Engineering*, 148: 106708.
- Afshari Rad, M., & Kakhki, H. T. (2013). Maximum dynamic network flow interdiction problem: New formulation and solution procedures. *Computers and Industrial Engineering*, 65 (4): 531-536.
- Assimakopoulos, N. (1987). A network interdiction model for hospital infection control. *Computers in Biology and Medicine*, 17 (6): 413-422.

- Bingol, L. (2001). *A Lagrangian Heuristic for Solving Network Interdiction Problem*, Master's thesis, Naval Postgraduate School.
- Carlyle, W. M., Royset, J. O., & Wood, R. K. (2008). Lagrangian relaxation and enumeration for solving constrained shortest-path problems. *Networks*, 52(4): 256-270.
- Crainic, T. G., Frangioni, A., & Gendron, B. (2001). Bundle-based relaxation methods for multicommodity capacitated fixed charge network design. *Discrete Applied Mathematics*, 112(1–3): 73-99.
- Forghani, A., Dehghanian, F., Salari, M., & Ghiami, Y. (2020). A bi-level model and solution methods for partial interdiction problem on capacitated hierarchical facilities. *Computers & Operations Research*, 114, 104831.
- Gutfraind, A. (2011). New Models of Interdiction in Networked Systems on JSTOR. *Military Operations Research Society*, 44 (2): 25-27.
- Li, X., & Liu, B. (2006). A Sufficient and necessary condition for credibility measures. International Journal of Uncertainty, *Fuzziness and Knowlege-Based Systems*, 14(5): 527-535.
- Lim, C., & Smith, J. C. (2007). Algorithms for discrete and continuous multicommodity flow network interdiction problems. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 39(1): 15-26.
- Liu, B. (2006). A survey of credibility theory. *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 5(4): 387-408..
- Liu, B., & Liu, Y. K. (2002). Expected value of fuzzy variable and fuzzy expected value models. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 10(4): 445-450.
- Liu, D. B. (2007). *Uncertainty Theory*, Springer, Berlin, Heidelberg.
- Liu, Y. K., & Gao, J. (2011). The independence of fuzzy variables with applications to fuzzy random optimization. International Journal of Uncertainty, *Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 15 (supp02): 1-20.
- Lunday, B. J., & Sherali, H. D. (2010). A dynamic network interdiction problem. *Informatica,* 21(4): 553-574.
- Lunday, B. J., & Sherali, H. D. (2012). Network interdiction to minimize the maximum probability of evasion with synergy between applied resources. *Annals of Operations Research*, 196(1): 411-442.
- Malaviya, A., Rainwater, C., & Sharkey, T. (2012). Multi-period network interdiction problems with applications to city-level drug enforcement. *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, 44(5): 368-380.
- Phillips, C. A. (1993). The network inhibition problem. *Proceedings of the Annual ACM Symposium on Theory of Computing*, 776-785.
- Salmeron, J., Wood, K., & Baldick, R. (2004). Analysis of electric grid security under terrorist threat. IEEE Transactions on Power Systems, 19(2).
- Soleimani-Alyar, M., & Ghaffari-Hadigheh, A. (2018). Dynamic Network Interdiction Problem with Uncertain Data. International Journal of Uncertainty, *Fuzziness and Knowlege-Based Systems*, 26 (2): 327-342.
- Wood, R. K. (1993). Deterministic network interdiction. *Mathematical and*

Computer Modelling, 17 (2): 1–18.

- Xiao, K., Zhu, C., Zhang, W., & Wei, X. (2020). The Bi-Objective Shortest Path Network Interdiction Problem: Subgraph Algorithm and Saturation Property. *IEEE Access*, 8, 146535–146547.
- Zadeh, L. A. (1965). Fuzzy sets. *Information and Control*, 8(3): 338-353.
- Zadeh, L. A. (1978). Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility. *Fuzzy Sets and Systems*, 1(1): 3-28.